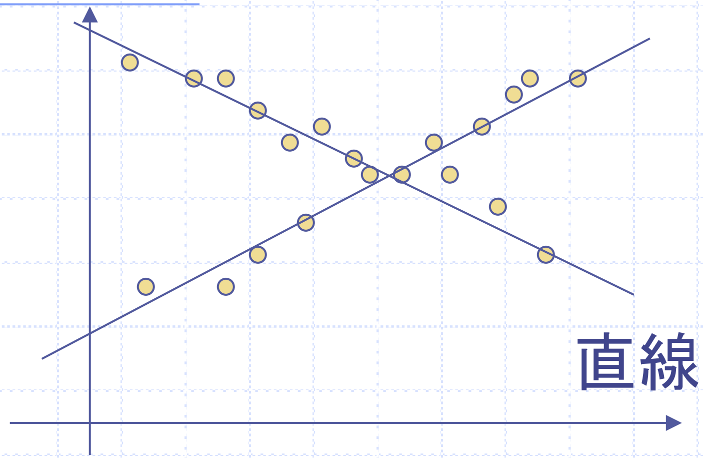
画像認識のための統計学
−分類，最適化，モデル化−

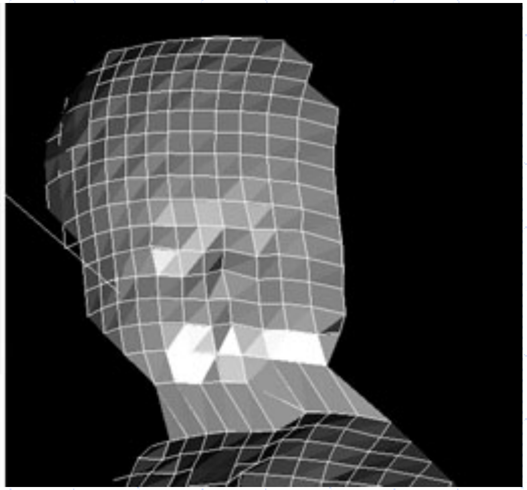
画像における統計学

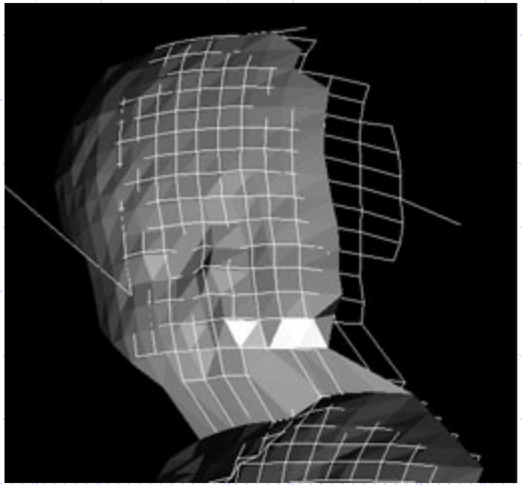
- モデル当てはめ
  - エッジ解析・距離画像の平面分割
  - 物体の姿勢推定・運動計測
- 分析・解析
  - センサ設計
  - 情報圧縮
- 分類・判定
  - 文字認識・人物認識
  - 物体認識・不良品の検出

モデル当てはめ



直線の検出・当てはめ

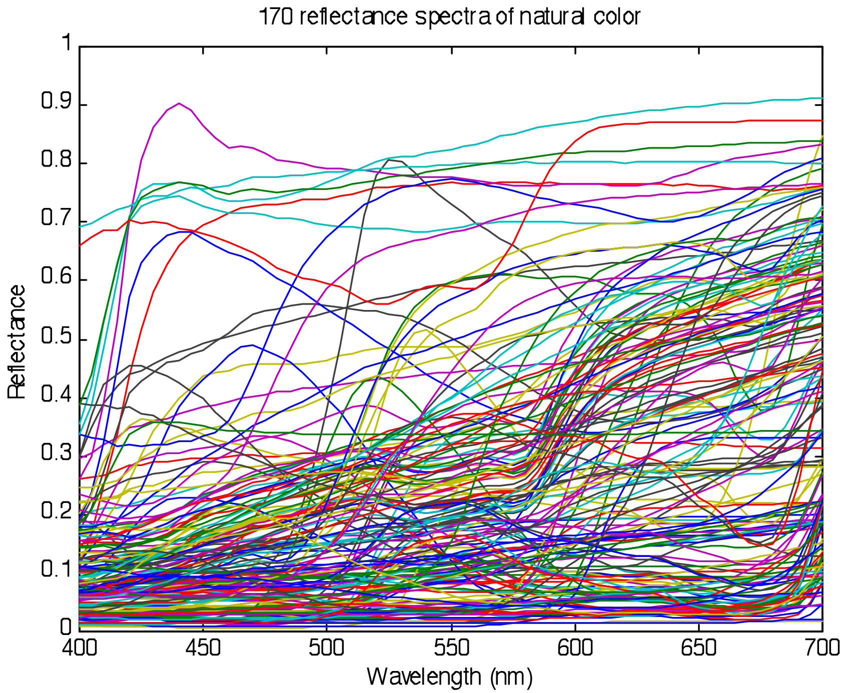


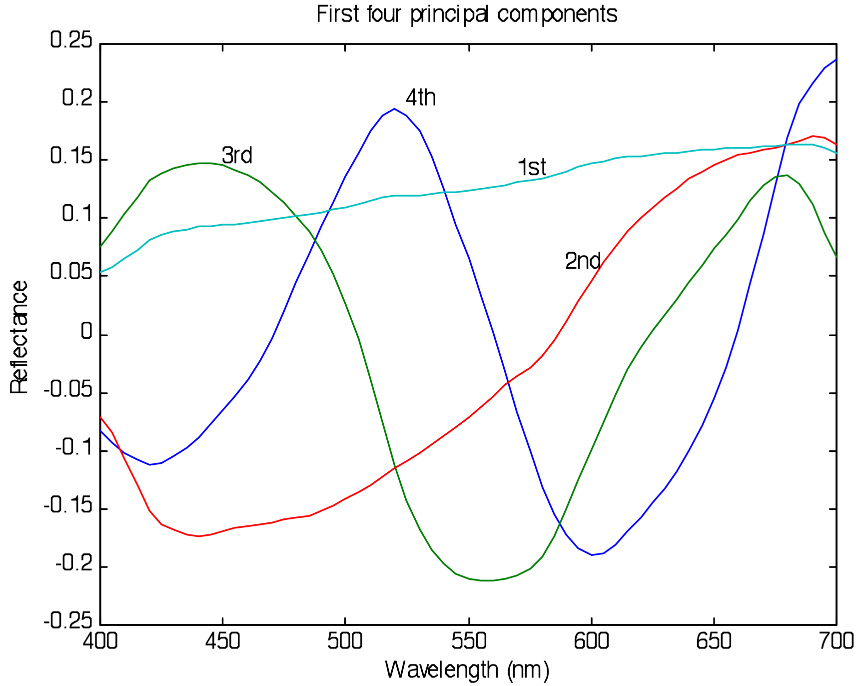


対象モデル　　初期姿勢の距離画像　姿勢推定結果

分析・解析

自然界の分光反射率サンプル　主成分分析　主成分（第１～第４）





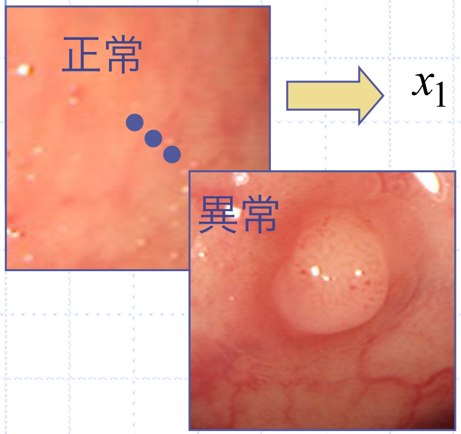
$$r(\lambda) \approx \sum_{i=1}^{4} \alpha_i p_i(\lambda)$$

低い次元数で元の信号を表現できる.

分類・判定

例）内視鏡画像からの自動診断

診断のついている画像群



x_1　x_2

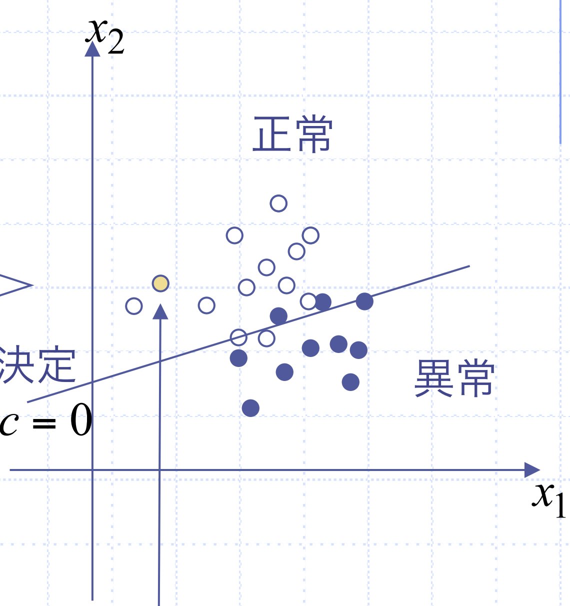
x_1　x_2

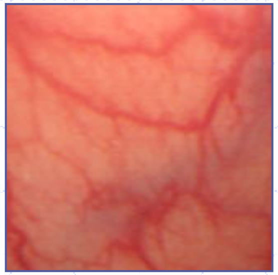
画像から特徴量x1，x2（色，形など）を抽出

プロット

判別関数を決定

$ax_1 + bx_2 + c = 0$





新しい画像がきたとき：

① 特徴量を算出

② 判別関数により，正常，異常を判断.

方法論（1）規範による分類

- モデル当てはめ
  - 回帰分析
    - 最小二乗法
    - 重回帰分析
- 分析・解析
  - 因子分析
  - 主成分分析
  - 独立成分分析
- 分類・判定
  - 判別分析
  - ニューラルネット

方法論(2)技法による分類

- 最適化・最小化
  - 線形算法(最小二乗法，主成分分析 ・・)
  - 非線形最適化(最急降下法，GA，SA，・・)
- 座標変換
  - 正規直交変換(主成分分析，判別分析・・)
  - 一次変換(独立成分分析)
  - 非線形変換(ニューラルネット，正規化距離・・)

単回帰分析

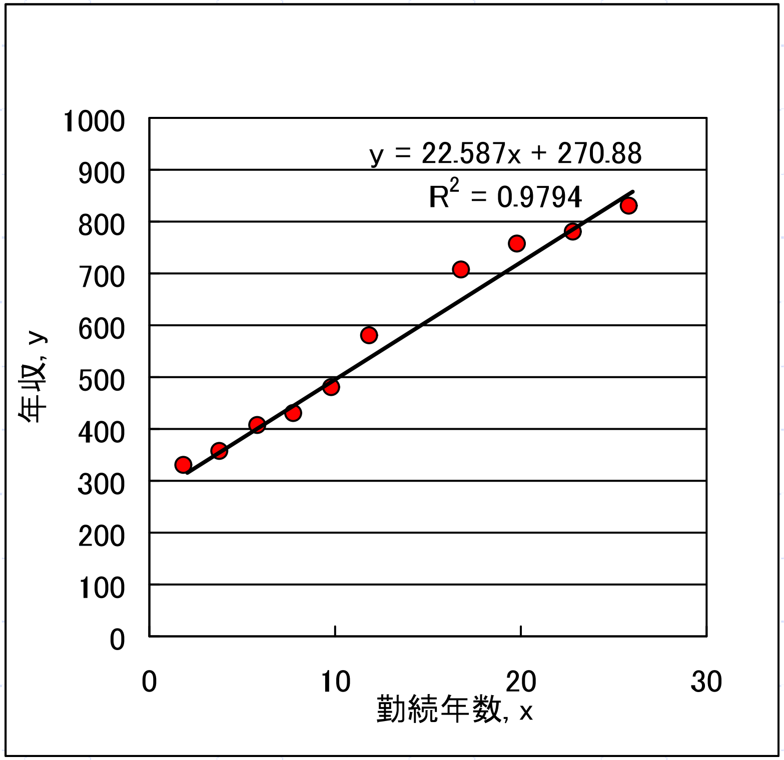
１つの変数 x から，１つの変数 y を推定する．

例）勤続年数と年収の関係を分析する．
直線で関係式を表現する．

$$y = ax + b$$

x：説明変数
y：目的変数

勤続年数, x	年収, y
2	325
4	350
6	400
8	425
10	475
12	575
17	700
20	750
23	775
26	825



最小二乗法

- モデル，データ
  - 回帰モデル　$y = ax + b$
  - データ　$(x_i, y_i), i = 1,\ldots,N$
- 規範
  - 残差平方和　$S = \Sigma(y_i - a x_i - b)^2$ を最小にする
- 算法
  - S は a,b の二次式なので，dS/da=0, dS/db=0

$$\frac{\partial S}{\partial a} = \sum_{i=1}^{N} 2(y_i - ax_i - b)\cdot(-x_i) = -\sum_{i=1}^{N} 2(y_i x_i - ax_i{}^2 - bx_i) = 0$$

$$\frac{\partial S}{\partial b} = \sum_{i=1}^{N} 2(y_i - ax_i - b)\cdot(-1) = -\sum_{i=1}^{N} 2(y_i - ax_i - b) = 0$$

最小二乗法の行列解法

$$\sum_{i=1}^{N} y_i x_i = a\sum_{i=1}^{N} x_i^{\ 2} + b\sum_{i=1}^{N} x_i$$

$$\sum_{i=1}^{N} y_i = a\sum_{i=1}^{N} x_i + b\sum_{i=1}^{N} 1$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{N} x_i^{\ 2} & \sum_{i=1}^{N} x_i \\ \sum_{i=1}^{N} x_i & \sum_{i=1}^{N} 1 \end{bmatrix}}_{共分散行列}\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{N} y_i x_i \\ \sum_{i=1}^{N} y_i \end{bmatrix}}$$

共分散行列

$$ax_i + b = y_i$$

$$\begin{bmatrix} x_1 & 1 \\ x_2 & 1 \\ \vdots & \vdots \\ x_N & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_N \end{bmatrix}$$

$$AX = B$$

$$X = \underbrace{(\overbrace{A^T A}) ^{-1} \overbrace{A^T}}_{Aの擬似逆行列} B$$

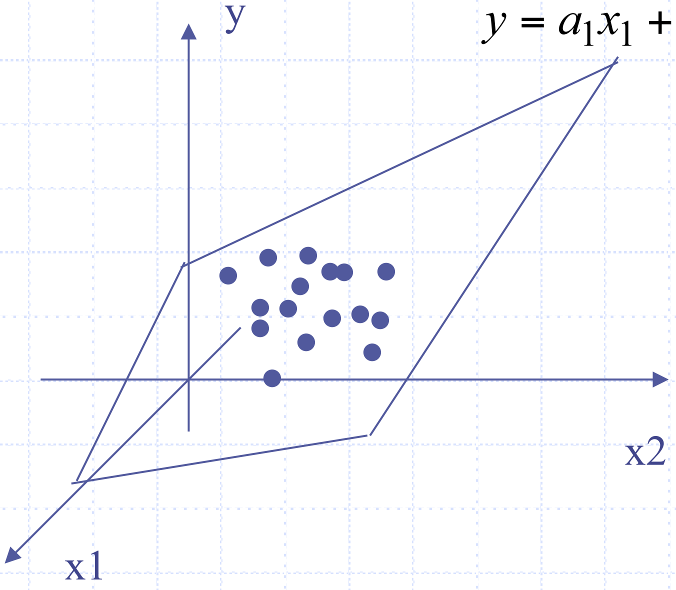
Aの擬似逆行列

重回帰分析

２つ以上の変数ｘ１，ｘ２，．．．から，１つの変数ｙを推定する．

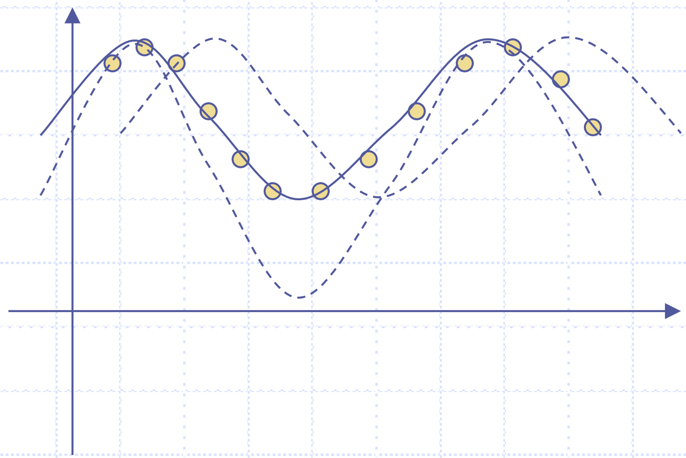
例）最低気温（ｙ）と緯度（ｘ１），標高（ｘ２）の関係

$$y = a_1 x_1 + a_2 x_2 + a_3$$



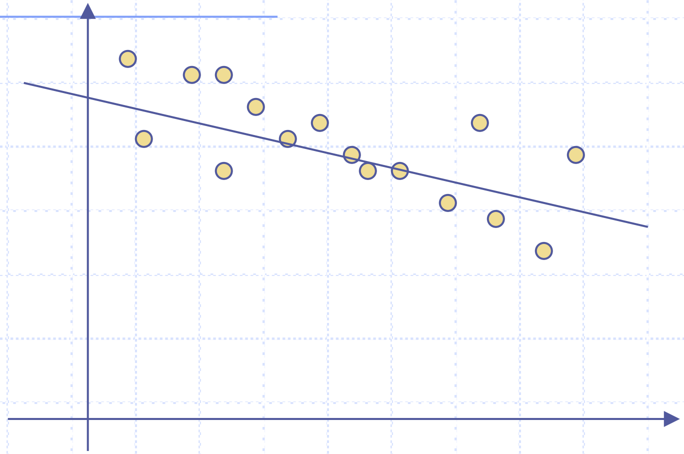
各地のデータ（サンプル）から回帰係数a1,a2,a3を決定する．

線形回帰分析

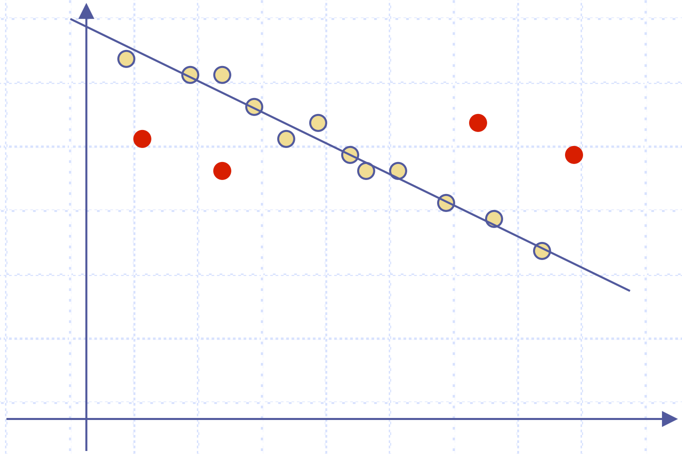


- 線形な例
  - $y = ax + b$
  - $y = ax^2 + bx + c$
  - $z = ax + by + c$
  - $y = a\sin(\theta + b) + c = a\sin\theta\cos b + \cos\theta\sin b + c$
- 非線形な例
  - $y = \sin(ax) + b$
  - 非線形最適化によりパラメータを出す.
最急降下法, GA, SA, . . .

ロバスト統計



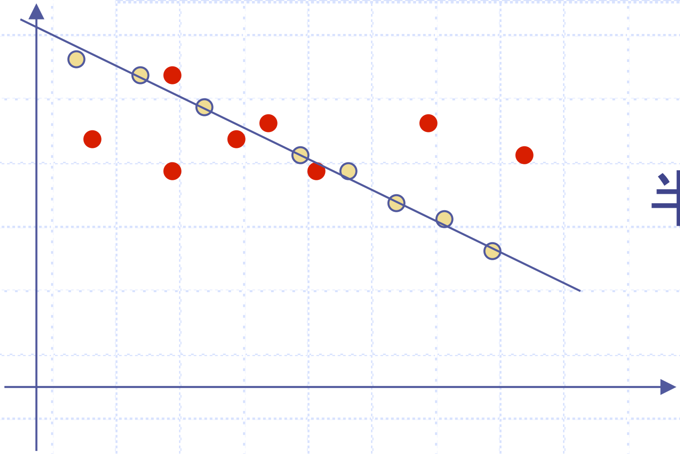
通常の最小二乗法



外れ値を考慮した方法

- 外れ値(outlier)を考慮したモデル当てはめ
  - LMedS (Least Median Squares)
  - M-推定法
  - RANSAC (Random Sample Consensus)

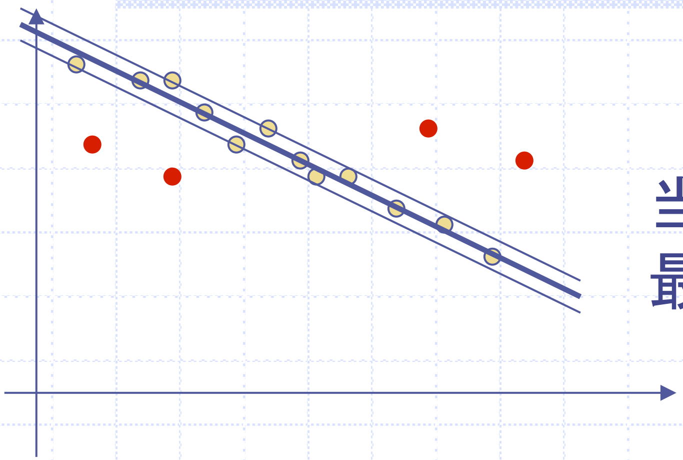
LMedS



半数のデータで最小化

- 残差の中央値(Median)を最小化
  - 50% までが outlier でも問題なし
  - 解析的算法は困難
    確率的手法(ランダムサンプリング等)を利用
    - 1. 適当にデータを選択，モデル当てはめ
    - 2. メディアンの値を求める
    - 3. 1,2 を繰り返し，メディアンが最小となるものを選択

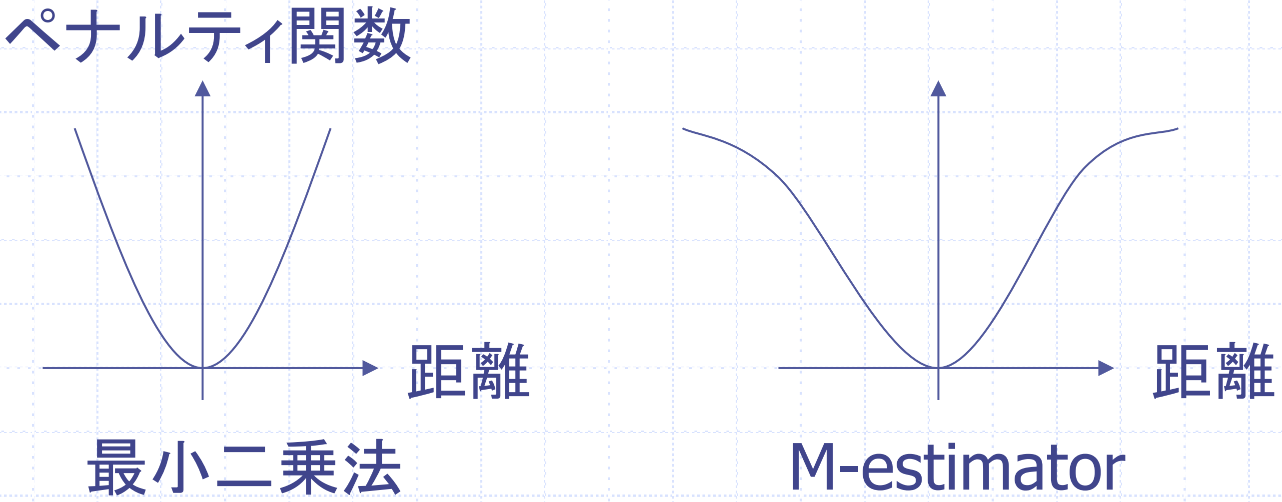
RANSAC



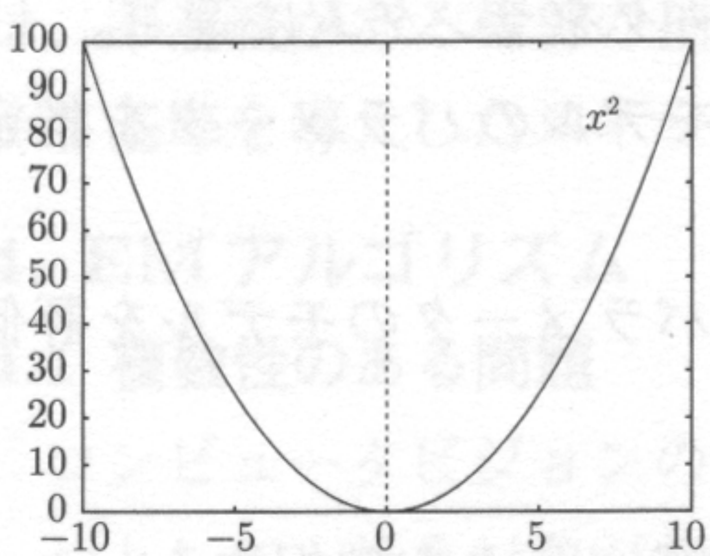
当てはまるデータ数の
最大化

- 残差がしきい値以内のデータの個数を最大化
  - outlier が 50% 以上でも動く
  - 解析的算法は困難
    確率的手法(ランダムサンプリング等)を利用
    - 1. 適当にデータを選択, モデル当てはめ
    - 2. メディアンの値を求める
    - 3. 1,2 を繰り返し, メディアンが最小となるものを選択

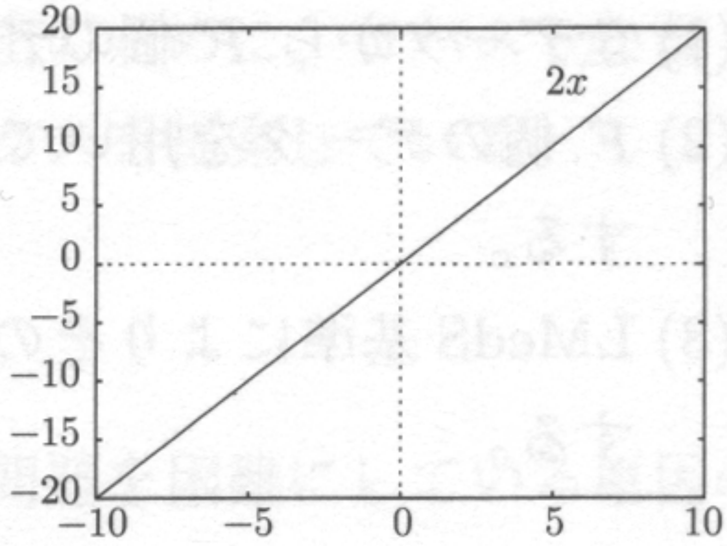
M推定(M-estimator)



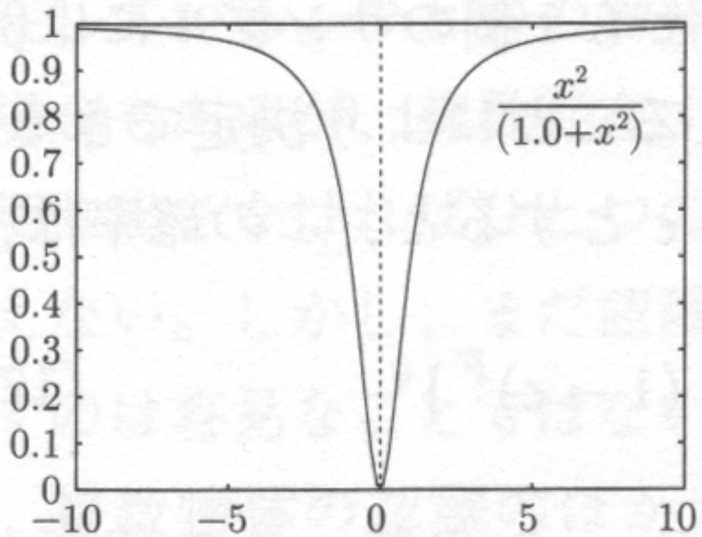
- 最小二乗法は外れ値に弱い
  - 外れ値の重みを軽減



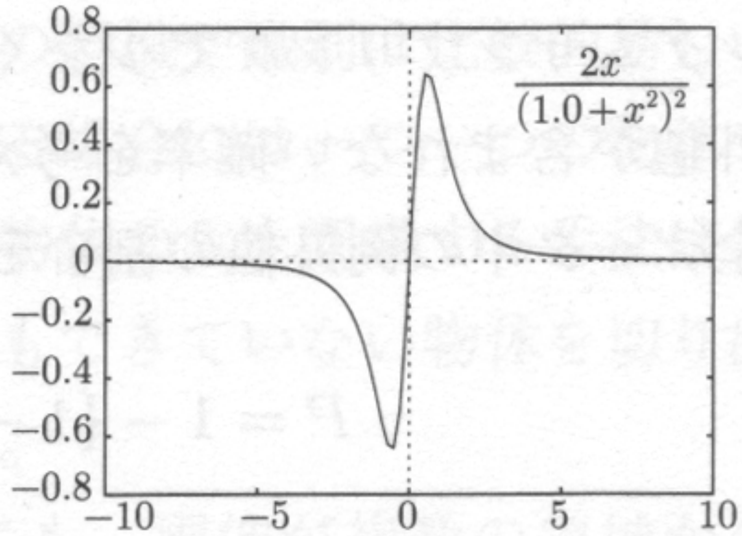
(a) $\rho(x) = x^2$



(b) $\Psi(x) = 2x$



(c) $\rho(x) = \frac{x^2}{\sigma + x^2}$



(d) $\Psi(x) = \frac{2x\sigma}{(\sigma + x^2)^2}$