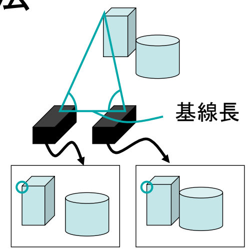
ステレオ法

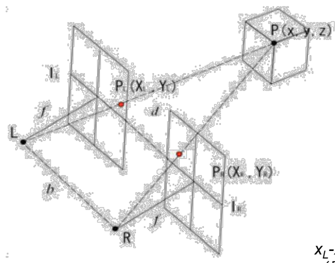
- ステレオ計測
  - 二つ以上の視点を使用（人間の両目に相当）
  - 左右の画像の「ずれ」を利用（三角測量法）
  - 太陽光・室内照明などが必要
  - テクスチャのない平坦な部分の距離計測が困難
    例：真っ白な壁や滑らかで曲面的な物体
  - 実質的な空間分解能が低い
  - 対応点探索の計算量が大きい・安定度が低い



→ハードウェアによる高速化・多眼による安定化

ステレオマッチング

左右画像の特徴点位置から以下の関係が成り立つ



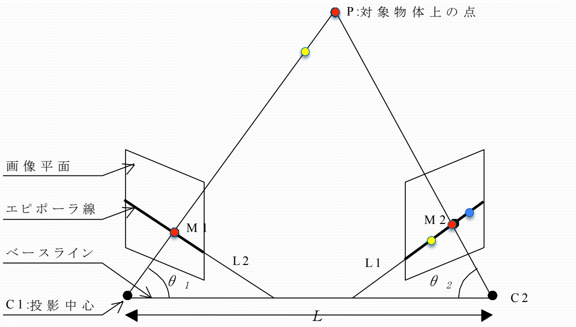
$$x = \frac{x_L + x_R}{2} \frac{L}{x_L - x_R}$$

$$y = y_L \frac{L}{x_L - x_R}$$

$$z = f \frac{L}{x_L - x_R}$$

x_L-x_R は両眼視差を表している
（距離は視差に反比例する）

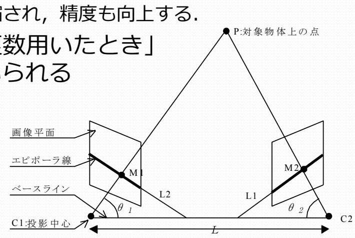
エピポーラ幾何



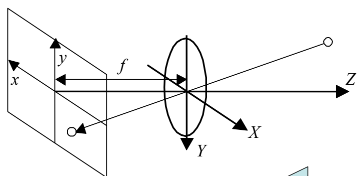
2台のカメラが固定されているとき，点pがそれぞれの画像のどこに写るのかを決める法則．例えば点Pが，カメラC_1の画像上で座標M_1に写ることがわかれば，その点PはカメラC_2の画像上ではある直線L_1上に写る．画像全体のどこにでも現れるわけではない．

エピポーラ幾何のメリット

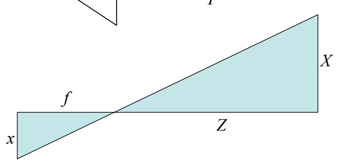
- ステレオカメラでの距離計測
  - 一方のカメラ画像に写っている物体上の１点が，もう一方のカメラ画像のどこに写っているのか？
    - エピポーラ幾何を使わない場合：画像全体を縦・横の２次元的に捜す必要がある．時間がかかる．
    - エピポーラ幾何を使った場合：ある１本の直線上だけを探せば良い．時間が短縮され，精度も向上する．
- 他にも，「カメラを複数用いたとき」の画像処理で広く用いられる



ピンホールカメラ



- ピンホール中央（＝前側レンズ主点）に原点を取る



$$\begin{cases} x = f\dfrac{X}{Z} \\ y = f\dfrac{Y}{Z} \end{cases}$$

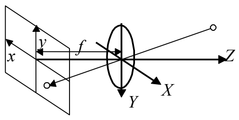
透視変換の同次座標表現

$$\begin{cases} x = f\dfrac{X}{Z} \\ y = f\dfrac{Y}{Z} \end{cases} \Leftrightarrow h\begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f & 0 & 0 & 0 \\ 0 & f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{bmatrix}$$

- 透視変換には除算が含まれる
  - 除算だけを最後まで「延期」して計算（最後に h を消去）
    →行列計算により透視変換を表現
  - 各ベクトルの末尾に要素 “1” を追加する（同次座標表現）

透視変換に対する座標変換の導入

$$h\begin{bmatrix}x\\y\\1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}f&0&0&0\\0&f&0&0\\0&0&1&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}X\\Y\\Z\\1\end{bmatrix}$$



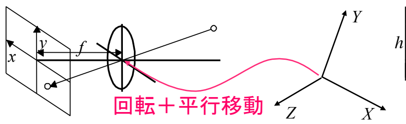
- 上記の透視変換表現は様々な制限を有する
  - 世界座標の原点＝投影中心（レンズ主点）
  - 光軸＝Z軸に平行
  - 画像の中心＝投影中心から下ろした垂線の足
  - アスペクト比＝1.0
    →座標変換を導入する必要あり

同次座標を用いた平行移動の表現

$$\begin{bmatrix}x_2\\y_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}r_{11}&r_{12}\\r_{21}&r_{22}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}t_x\\t_y\end{bmatrix}\quad\Leftrightarrow\quad\begin{bmatrix}x_2\\y_2\\1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}r_{11}&r_{12}&t_x\\r_{21}&r_{22}&t_y\\0&0&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\y\\1\end{bmatrix}$$

- 同次座標では積により平行移動が表現可能
  - r_{11} 〜r_{22} → 一次変換
  - t_x ~ t_y → 平行移動

世界座標系の導入



$$h\begin{bmatrix}x\\y\\1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}f&0&0&0\\0&f&0&0\\0&0&1&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}X\\Y\\Z\\1\end{bmatrix}$$

挿入

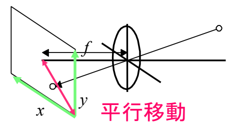
$$\begin{bmatrix}r_{11}&r_{12}&r_{13}&t_X\\r_{21}&r_{22}&r_{23}&t_Y\\r_{31}&r_{32}&r_{33}&t_Z\\0&0&0&1\end{bmatrix}$$

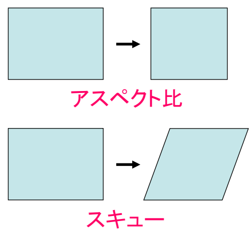
外部パラメータ

- 透視変換行列と世界座標の間に，同次座標変換を挿入
  - 外部パラメータ
    回転：3自由度
    平行移動：3自由度

外部パラメータは，全部で6自由度！

内部パラメータの表現





- 内部パラメータ
  - 焦点距離 f （1自由度）
  - 画像中心（2自由度）
  - アスペクト比（1自由度）
  - スキュー歪み（1自由度）

内部パラメータは，全部で5自由度！

内部パラメータの導入

- 内部パラメータは，透視変換行列の前に同次座標変換を掛ける
  - a : アスペクト比
  - s : スキュー比
  - t_x, t_y : 画像中心

$$h\begin{bmatrix}x\\y\\1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}f&0&0&0\\0&f&0&0\\0&0&1&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}X\\Y\\Z\\1\end{bmatrix}$$

挿入

$$\begin{bmatrix}1&s&t_x\\0&a&t_y\\0&0&1\end{bmatrix}$$

内部パラメータ

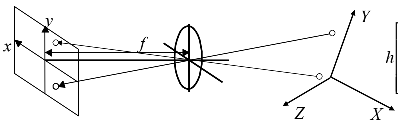
カメラパラメータ行列

$$h\begin{bmatrix}x\\y\\1\end{bmatrix}=\underbrace{\begin{bmatrix}1&s&t_x\\0&a&t_y\\0&0&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}f&0&0&0\\0&f&0&0\\0&0&1&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}r_{11}&r_{12}&r_{13}&t_X\\r_{21}&r_{22}&r_{23}&t_Y\\r_{31}&r_{32}&r_{33}&t_Z\\0&0&0&1\end{bmatrix}}\begin{bmatrix}X\\Y\\Z\\1\end{bmatrix}$$

$$h\begin{bmatrix}x\\y\\1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}c_{11}&c_{12}&c_{13}&c_{14}\\c_{21}&c_{22}&c_{23}&c_{24}\\c_{31}&c_{32}&c_{33}&c_{34}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}X\\Y\\Z\\1\end{bmatrix}$$

- 行列の積をあらかじめ計算
  - 3行4列の行列
    カメラパラメータ
  - パラメータ数
    （自由度）は11
    →カメラパラメータ行列は定数倍しても意味が不変

基本的なキャリブレーション法



$$h\begin{bmatrix}x\\y\\1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}c_{11}&c_{12}&c_{13}&c_{14}\\c_{21}&c_{22}&c_{23}&c_{24}\\c_{31}&c_{32}&c_{33}&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}X\\Y\\Z\\1\end{bmatrix}$$

- 既知の (X,Y,Z) → (x,y) の組から較正
  - カメラパラメータから h を消去

$$\begin{cases}hx=c_{11}X+c_{12}Y+c_{13}Z+c_{14}\\hy=c_{21}X+c_{22}Y+c_{23}Z+c_{24}\\h=c_{31}X+c_{32}Y+c_{33}Z+1\end{cases}\rightarrow\begin{cases}c_{31}Xx+c_{32}Yx+c_{33}Zx+x=c_{11}X+c_{12}Y+c_{13}Z+c_{14}\\c_{31}Xy+c_{32}Yy+c_{33}Zy+y=c_{21}X+c_{22}Y+c_{23}Z+c_{24}\end{cases}$$

パラメータの計算

$$\begin{bmatrix}X_1&Y_1&Z_1&1&0&0&0&0&-X_1x_1&-Y_1x_1&-Z_1x_1\\0&0&0&0&X_1&Y_1&Z_1&1&-X_1y_1&-Y_1y_1&-Z_1y_1\\&\vdots&&&&\vdots&&&&\vdots&\\X_n&Y_n&Z_n&1&0&0&0&0&-X_nx_n&-Y_nx_n&-Z_nx_n\\0&0&0&0&X_n&Y_n&Z_n&1&-X_ny_n&-Y_ny_n&-Z_ny_n\end{bmatrix}\begin{bmatrix}c_{11}\\c_{12}\\c_{13}\\c_{14}\\c_{21}\\c_{22}\\c_{23}\\c_{24}\\c_{31}\\c_{32}\\c_{33}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}x_1\\y_1\\\vdots\\x_n\\y_n\end{bmatrix}$$

- 未知数 11，式 2n（n:特徴点数）
  - 最小二乗法で解く．
    上式を Ax=y の形とすると

$$x=(A^TA)^{-1}A^Ty$$

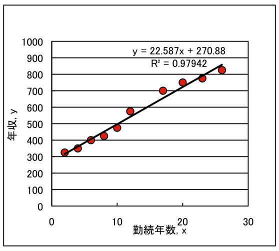
単回帰分析

１つの変数 x から，１つの変数 y を推定する．

例） 勤続年数と年収の関係を分析する．
直線で関係式を表現する．

$y=ax+b$ x：説明変数
y：目的変数

勤続年数, x	年収, y
2	325
4	350
6	400
8	425
10	475
12	575
17	700
20	750
23	775
26	825



最小二乗法

- モデル，データ
  - 回帰モデル　y = ax + b
  - データ　(x_i, y_i), i = 1,…,N
- 規範
  - 残差平方和　$S = \Sigma(y_i - a x_i - b)^2$ を最小にする
- 算法
  - S は a,b の二次式なので，dS/da=0, dS/db=0

$$\frac{\partial S}{\partial a}=\sum_{i=1}^N 2(y_i-ax_i-b)\cdot(-x_i)=-\sum_{i=1}^N 2(y_ix_i-ax_i^2-bx_i)=0$$

$$\frac{\partial S}{\partial b}=\sum_{i=1}^N 2(y_i-ax_i-b)\cdot(-1)=-\sum_{i=1}^N 2(y_i-ax_i-b)=0$$

最小二乗法の行列解法

$$\sum_{i=1}^N y_ix_i=a\sum_{i=1}^N x_i^2+b\sum_{i=1}^N x_i$$
$$\sum_{i=1}^N y_i=a\sum_{i=1}^N x_i+b\sum_{i=1}^N 1$$

$$\Rightarrow\underbrace{\begin{bmatrix}\sum_{i=1}^N x_i^2&\sum_{i=1}^N x_i\\\sum_{i=1}^N x_i&\sum_{i=1}^N 1\end{bmatrix}}_{\text{共分散行列}}\begin{bmatrix}a\\b\end{bmatrix}=\underbrace{\begin{bmatrix}\sum_{i=1}^N y_ix_i\\\sum_{i=1}^N y_i\end{bmatrix}}$$

$$ax_i+b=y_i$$

$$\begin{bmatrix}x_1&1\\x_2&1\\\vdots&\vdots\\x_N&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}a\\b\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}y_1\\y_2\\\vdots\\y_N\end{bmatrix}\Rightarrow X=\underbrace{(A^TA)^{-1}A^T}_{\text{Aの擬似逆行列}}B$$

$$AX=B$$

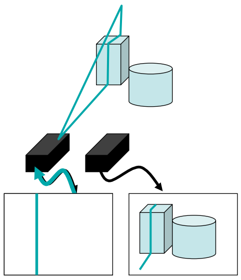
カメラパラメータからの解析

$$h\begin{bmatrix}x\\y\\1\end{bmatrix}=\underbrace{\begin{bmatrix}f&s\cdot f&t_x\\0&a\cdot f&t_y\\0&0&1\end{bmatrix}}_{\substack{\text{内部パラメータ}\\\text{上3角行列}}}\underbrace{\begin{bmatrix}r_{11}&r_{12}&r_{13}\\r_{21}&r_{22}&r_{23}\\r_{31}&r_{32}&r_{33}\end{bmatrix}}_{\substack{\text{外部パラメータ}\\\text{(左3x3)}\\\text{正規直交行列}}}\begin{bmatrix}t_X\\t_Y\\t_Z\end{bmatrix}\begin{bmatrix}X\\Y\\Z\\1\end{bmatrix}\Leftrightarrow h\begin{bmatrix}x\\y\\1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}c_{11}&c_{12}&c_{13}&c_{14}\\c_{21}&c_{22}&c_{23}&c_{24}\\c_{31}&c_{32}&c_{33}&c_{34}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}X\\Y\\Z\\1\end{bmatrix}$$

- カメラパラメータの左3x3を直交化
  - グラム・シュミットの正規直交化法を用いる
  - 内部パラメータとカメラの姿勢が求められる
  - 平行移動成分は内部パラメータ行列の
    逆行列を用いて求められる

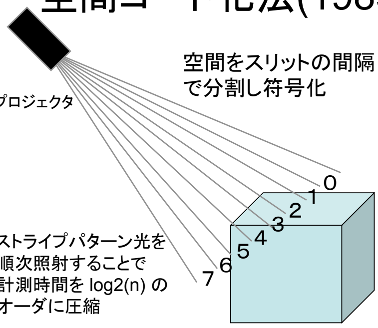
能動型ステレオ法

- 一方のカメラをプロジェクタに置き換える（光を投影）
  - もう一方のカメラでその光パターンの像を計測
    →対応付け問題が簡単に
  - 模様のない物体でも計測可能
  - パターン光を投影しながら画像を取り込む
    → 画像の取り込み回数が多く，時間がかかる



→ハードウェアによる高速化・投影光の工夫等

空間コード化法(1985)



空間をスリットの間隔で分割し符号化

–ストライプパターン光を順次照射することで計測時間を log2(n) のオーダに圧縮

•佐藤宏介，井口征士，"空間コード化による距離画像入力"，信学論，Vol. J68-D, No. 3, pp. 369-375, 1985.
•佐藤宏介，井口征士，"液晶レンジファインダ ー液晶シャッタによる高速距離画像計測システムー"，信学論，Vol. J71-D, No. 7, pp. 1249-1257, 1988.

グレイコード

0	0	0	0	000
1	0	0	1	001
2	0	1	1	011
3	0	1	0	010
4	1	1	0	110
5	1	1	1	111
6	1	0	1	101
7	1	0	0	100

二進コード

0	0	0	0	000
1	0	0	1	001
2	0	1	0	010
3	0	1	1	011
4	1	0	0	100
5	1	0	1	101
6	1	1	0	110
7	1	1	1	111

プロジェクタのモデル化

- スリット光プロジェクタは１次元表示デバイス
  - y は任意の値をとるため，y 成分を省く

$$h\begin{bmatrix} x_p \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{13} & p_{14} \\ p_{21} & p_{22} & p_{23} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{bmatrix}$$

  - カメラと同様にキャリブレーション可能
    どの位置のスリット光が，どの座標に到達するか

三次元座標の算出

- 情報：スリット番号 x_p, 画素位置 x,y
  - カメラパラメータ，プロジェクタパラメータを使用

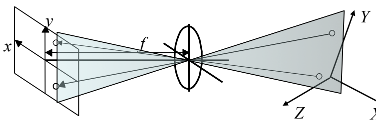
$$F = \begin{bmatrix} x \cdot c_{34} - c_{14} \\ y \cdot c_{34} - c_{24} \\ x_p \cdot p_{24} - p_{14} \end{bmatrix} \quad Q = \begin{bmatrix} c_{11} - x \cdot c_{31} & c_{12} - x \cdot c_{32} & c_{13} - x \cdot c_{33} \\ c_{21} - y \cdot c_{31} & c_{22} - y \cdot c_{32} & c_{23} - y \cdot c_{33} \\ p_{11} - x_p \cdot p_{21} & p_{12} - x_p \cdot p_{22} & p_{13} - x_p \cdot p_{23} \end{bmatrix}$$

  - より

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = Q^{-1} \cdot F$$

で座標が求められる

カメラ2台の場合



$$h\begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & c_{14} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} & c_{24} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{bmatrix}$$

- 一方のカメラのy座標は不要
  - y 座標の行を削除して考える

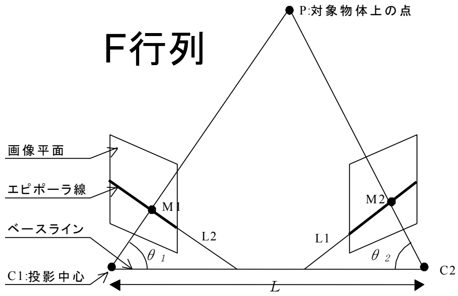
$$h\begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & c_{14} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} & c_{24} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{bmatrix}$$

カメラ1

$$h\begin{bmatrix} x_p \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{13} & p_{14} \\ p_{21} & p_{22} & p_{23} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{bmatrix}$$

カメラ2

F行列



$$m_1 = \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ 1 \end{bmatrix} \qquad m_2 = \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x_1 & y_1 & 1 \end{bmatrix} \cdot F \cdot \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ 1 \end{bmatrix} = 0$$

(x_2,y_2) を決めると $ax_1 + by_1 + c = 0$

(x_1,y_1) を決めると $ax_2 + by_2 + c = 0$

$m_1^T F m_2 = 0$　F はカメラパラメータから算出可能