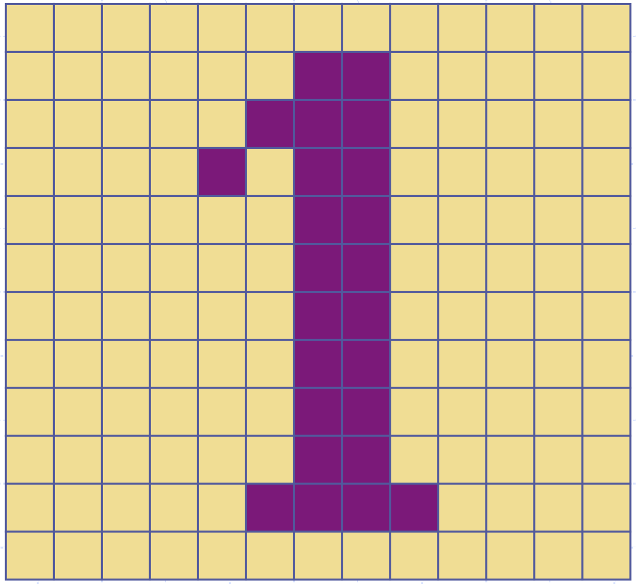
二次元画像処理

日浦慎作

パターンとシンボル

パターン



- 均質な要素の配列
- 各要素値の並びが重要

シンボル

0	青
1	赤
2	緑
3	黄

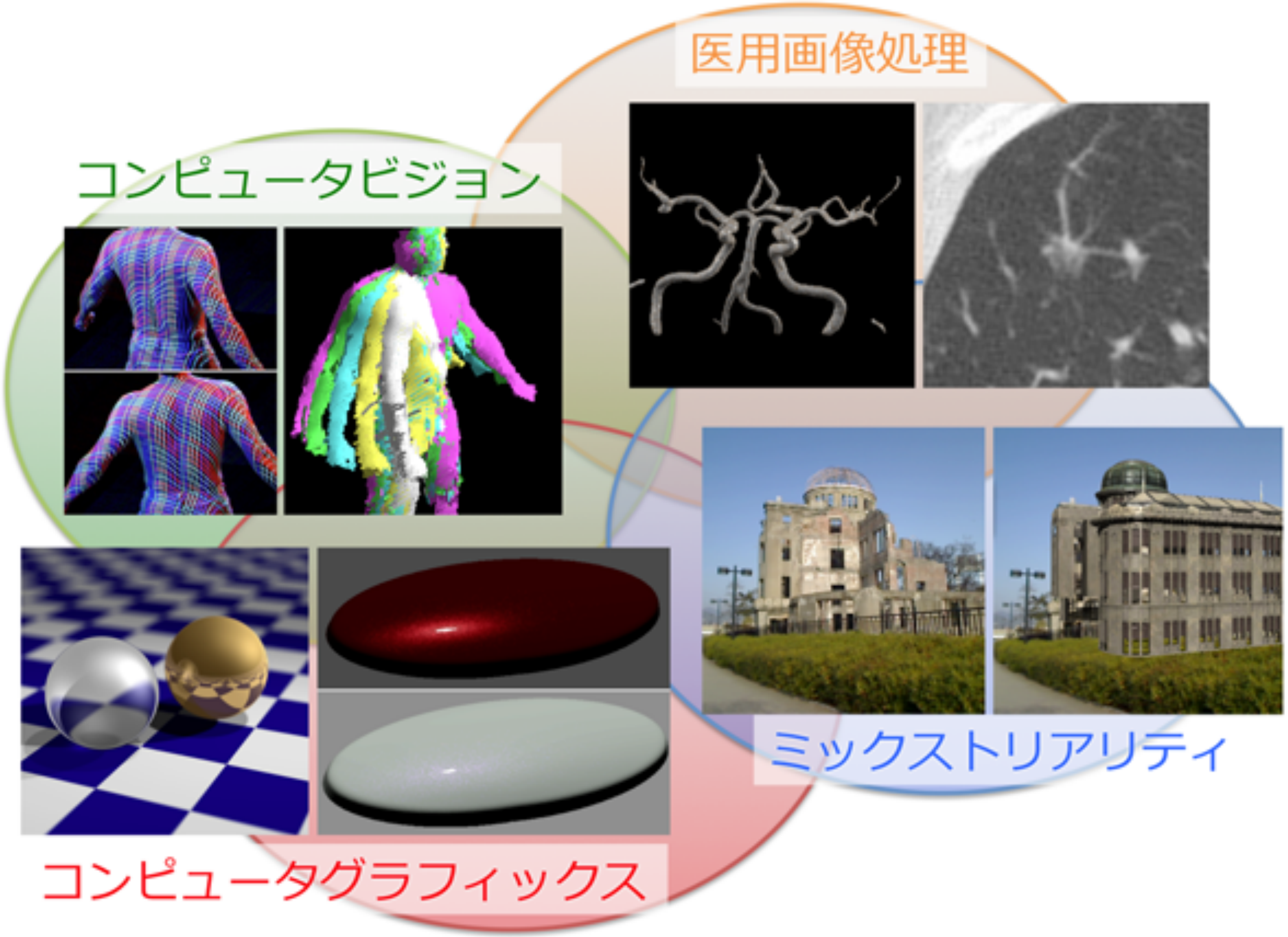
- 不均質均質な要素の配列
- 各要素が独立に意味を持つ

画像の処理と認識･理解

狭義の画像処理

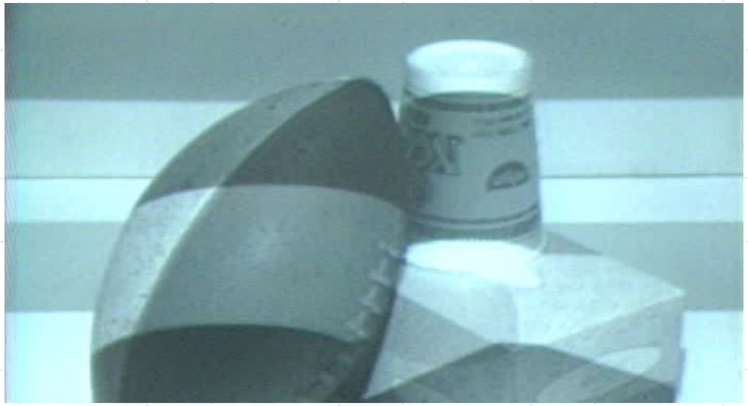
- 画像処理・画像変換（パターン→パターン）
  - 画質改善
  - 画像符号化・圧縮
  - メディア変換（不可視情報の可視化）
- 画像認識・画像理解（パターン→シンボル）
  - ２次元パターン認識
  - ３次元画像計測・認識
- 画像生成（シンボル→パターン）
  - コンピュータグラフィックス

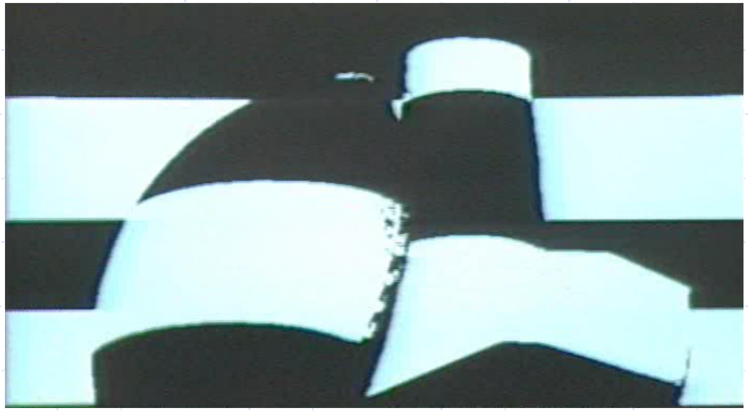

実世界
人々
仮想世界
画像・視覚
ミックストリアリティ
コンピュータグラフィックス
医用画像処理
コンピュータビジョン


医用画像処理
コンピュータビジョン
ミックストリアリティ
コンピュータグラフィックス

二値画像処理(教科書5章)

- 画像を「白」と「黒」だけで扱う処理
  - 図形の処理として，もっとも基本的
- 二値化とは
  - 画像を白と黒の領域に分ける処理
  - どのぐらいの明るさにするか？が問題

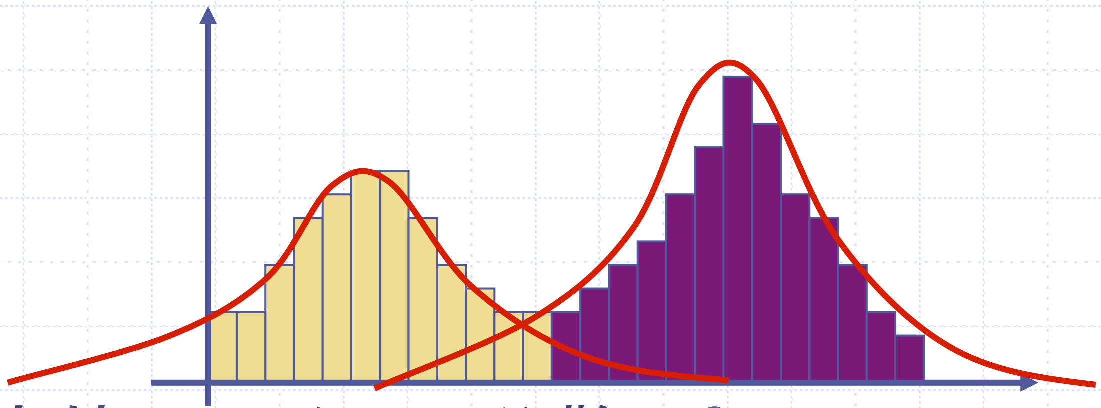




二値化と閾値決定

- 図と地の割合が予測できる場合（文書等）
  - P-タイル法
    ヒストグラムを一方から加算した結果がちょうどp になる値を利用
- ヒストグラムがはっきりとした双峰性
  - ピーク間の最小値
- その他の場合
  - 判別分析法

判別分析法



◆特徴量

- 全画素の明度値の平均 μ, 分散 σ^2
- 閾値以上・以下の分布をクラス1,2に分類
- 各クラス x の割合 w_x, 平均 μ_x, 分散 σ_x^2

クラス内分散 $\sigma_w^2 = w_1\sigma_1^2 + w_2\sigma_2^2$

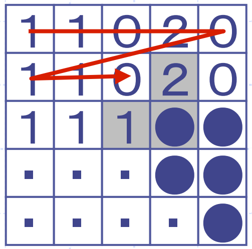
クラス間分散 $\sigma_B^2 = w_1(\mu_1 - \mu)^2 + w_2(\mu_2 - \mu)^2 = w_1 w_2(\mu_1 - \mu_2)^2$

$$\sigma^2 = \sigma_w^2 + \sigma_B^2$$

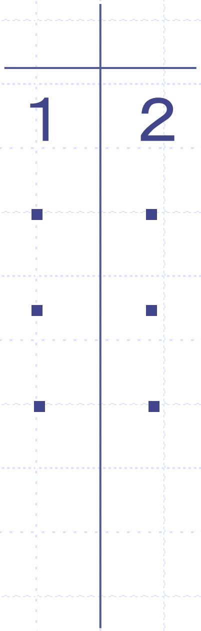
◆閾値の決定

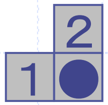
- クラス間の分離度 σ_B^2 / σ^2 を最大にする閾値

ラベリング



重複リスト

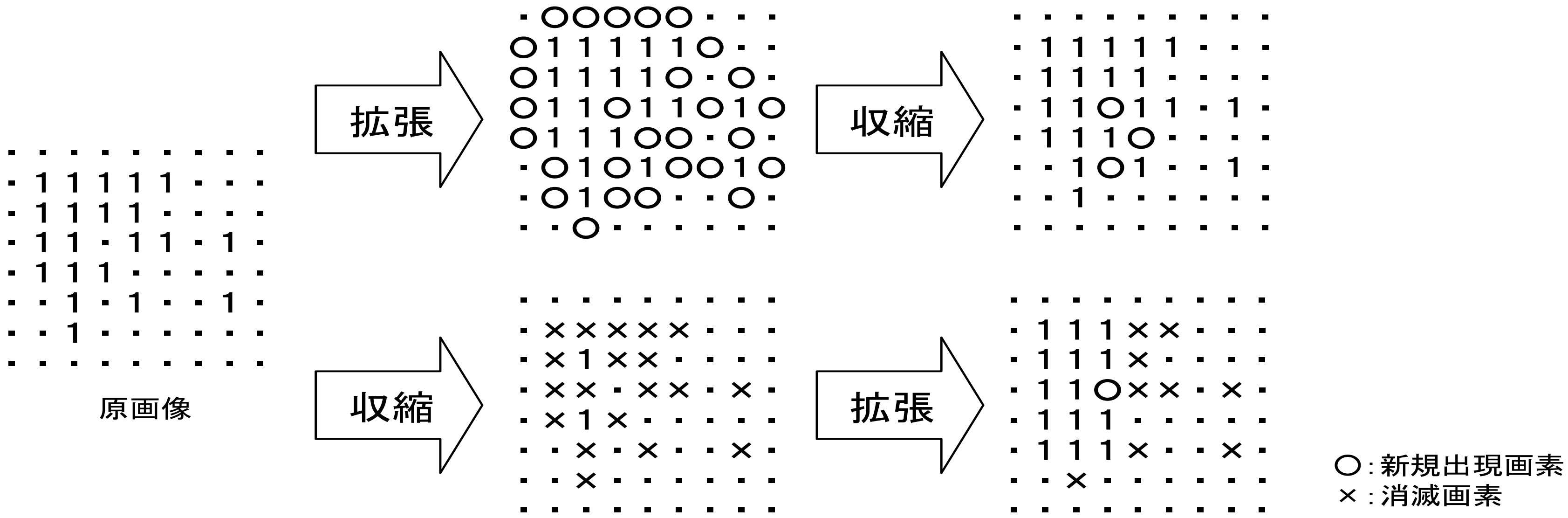




[1パス]
上または左の画素と同じラベルを付与
- 左と上の画素が異なるラベルを持つ場合
  - 重複リストに追加
- 上も左も，0画素である場合
  - 新しいラベル番号を付与

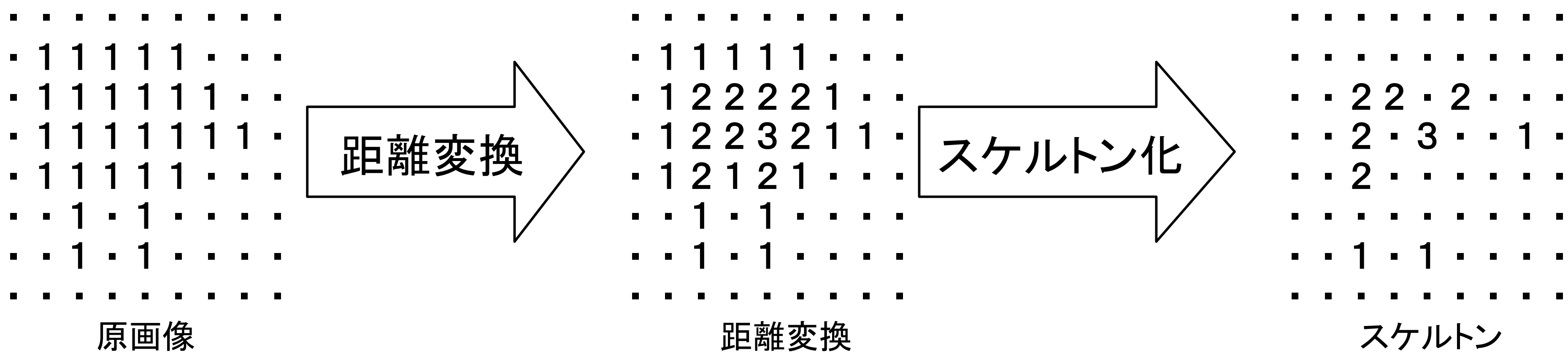
[2パス]
重複リストを元に，ラベルを更新

膨張・収縮



- 拡張・収縮 – 穴を埋める効果
- 収縮・拡張 – 孤立点を除去する効果

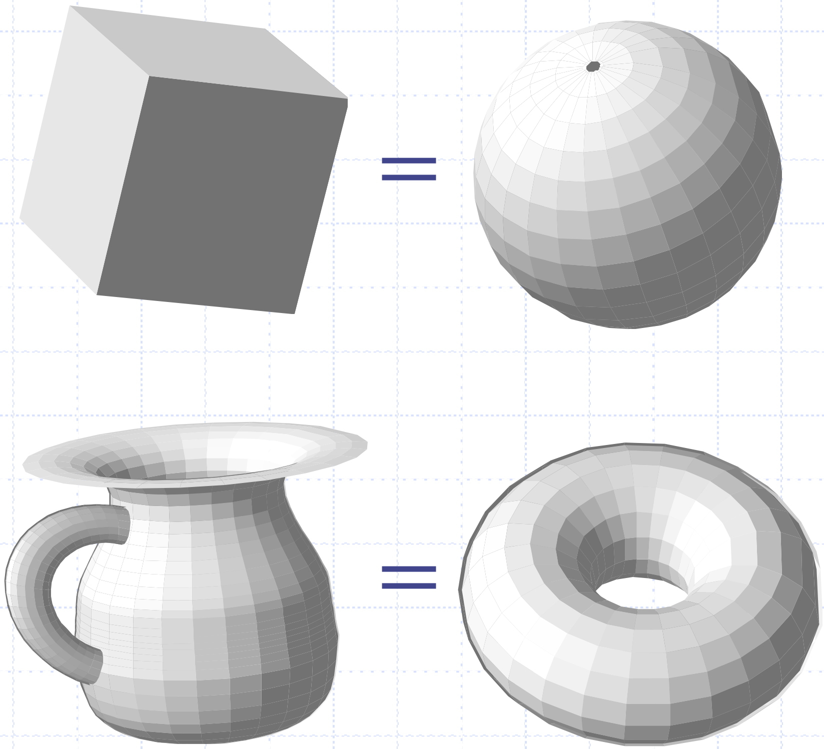
距離変換・スケルトン



- 距離変換 – 何度目の収縮処理で0画素になるか
- スケルトン – 距離変換画像の極大点（近傍画素値が中央画素の値以下）
  - 元の画像を復元可能

近傍演算による大局的情報:
トポロジーの利用

- トポロジーとは
  - 変形しても変化しない図形の性質



二次元二値画像のトポロジー

- 連結成分の穴の数に対応

000000000000	000000000000
001110000000	001111100000
001111110000	001100110000
000011110000	000110010000
000110011000	000111111000
000000000000	000000000000
穴なし	穴1つ

オイラー数

◆(連結成分の個数) – (穴の個数)

```
000000000000
001110000000
001111110000
000011110000
000110011000
000000000000
```

オイラー数：1

```
000000000000
001111100000
001100110000
000110010000
000111111000
000000000000
```

オイラー数：0

```
000000000000
001111100000
001101110000
000111010000
000111111000
000000000000
```

オイラー数：－1

オイラー数の計算方法

◆４近傍の場合

000000000000	000000000000	000000000000
001111100000	001111100000	001111100000
001100110000	001100110000	001100110000
000110010000	000110010000	000110010000
000111111000	000111111000	000111111000
000000000000	000000000000	000000000000
1の個数	縦・横2連接	2x2連接

("1"の数:18) - (縦・横2連接の数:8+12) + (2x2連接の数:2) = 0

オイラー数の原理(1)

◆位相が不変な操作

	000000 011100 001000 000000	000000 011100 001110 000000	000000 011100 001100 000000	000000 011100 001100 001100	000000 011110 001110 001100
画素数	＋1	＋1	＋1	＋1	＋1
縦・横連接	＋1	＋1	＋2	＋3	＋4
2x2連接	±0	±0	＋1	＋2	＋3
オイラー数	±0	±0	±0	±0	±0

000000
011110
001010
001100

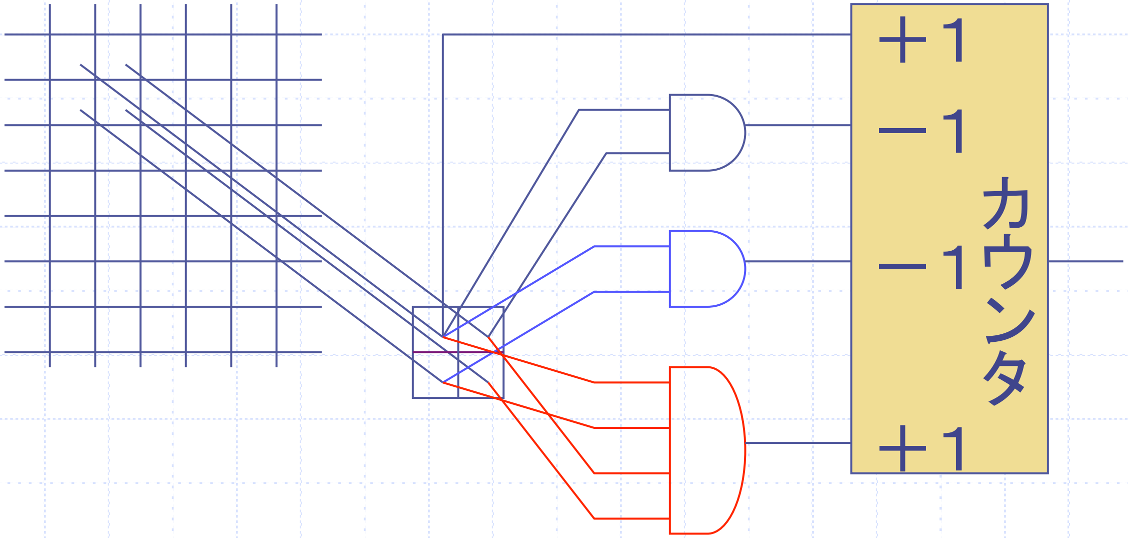
注意：左の0は穴ではない
図("1")が4近傍の場合，地("0")は8近傍で考える

オイラー数の原理(2)

◆位相が変化する操作

	000000 000000 001000 000000	000000 111010 000010 000010	000000 000110 001110 001100	000000 011110 001110 001110	000000 011110 001110 000100
画素数	＋1	＋1	＋1	＋1	＋1
縦・横連接	＋0	＋2	＋4	＋4	＋4
2x2連接	±0	±0	＋2	＋4	＋2
オイラー数	＋1	－1	－1	＋1	－1
操作	出現	接続	接続	穴埋め	接続

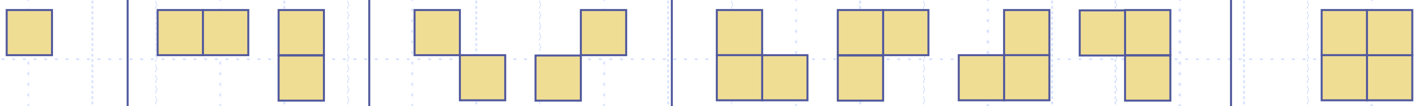
ハードウェア構成



- 単純な回路で計数可能
- フィルタ演算＋画素数数え上げでも可能

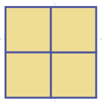
８近傍のオイラー数

- ちょっと複雑

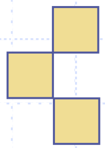


画素数	縦・横 2連接	斜め接続	2x2領域中，3画素	2x2連接
V	E	D	T	F

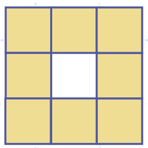
オイラー数＝V－E－D＋T－F



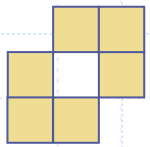
4－4－2＋4－1＝1



3－0－2＋0－0＝1

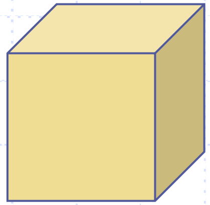


8－8－4＋4－0＝0

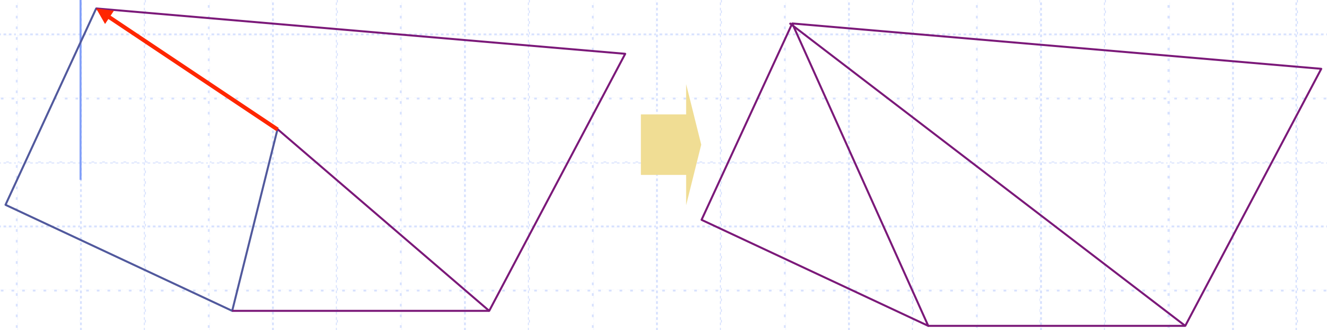


6－4－4＋2－0＝0

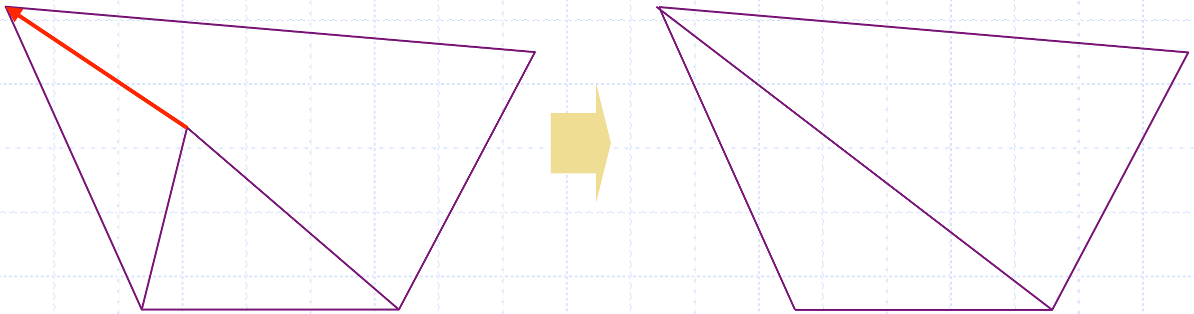
余談:オイラー数について



- 例:多面体の性質
  - (頂点数)-(辺数)+(面数)=2-2*(穴数)
    - 立方体: 8 – 12 + 6 = 2　四角錐: 5 – 8 + 5 = 2



両側が四辺形である辺の消去:辺と頂点が1つづつ消える

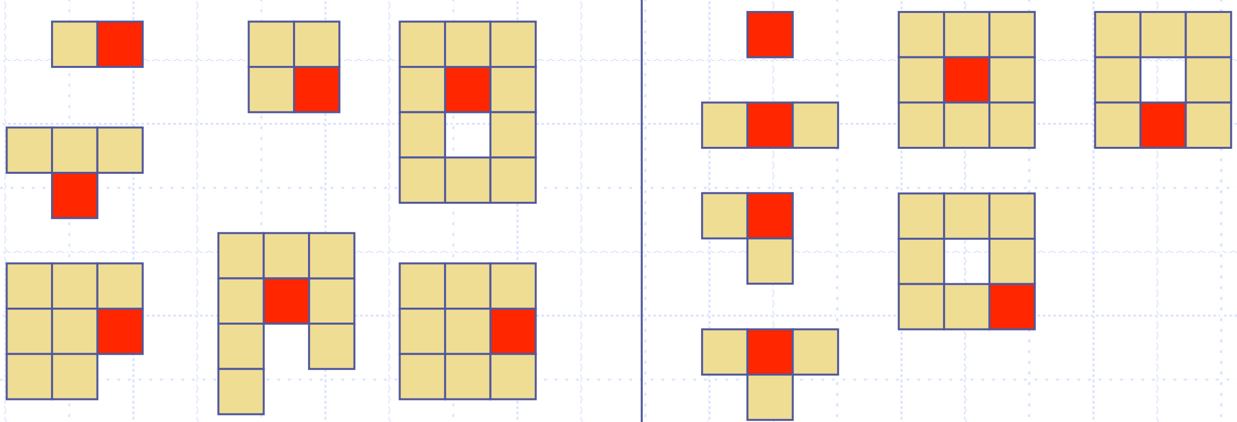


一方が三角形である辺の消去:辺が2つ消え, 面と頂点が1つづつ消える

→ 最終的に4面体(オイラー数:2)に帰着

消去可能性

- 消去可能画素とは
  - 画像全体の連結性が変化しない画素
  - 位相構造を変化させずに図形を変換



消去可能　　　消去不可能

4近傍の場合

消去可能性の計算

X_4	X_3	X_2
X_5	X_0	X_1
X_6	X_7	X_8

- 以下の式が1のとき消去可能
- 4近傍の場合
  - $X_1 + X_3 + X_5 + X_7$
    $-X_1X_2X_3 - X_3X_4X_5 - X_5X_6X_7 - X_7X_8X_1$
- 8近傍の場合
  - $\overline{X_1} + \overline{X_3} + \overline{X_5} + \overline{X_7}$
    $-\overline{X_1}\,\overline{X_2}\,\overline{X_3} - \overline{X_3}\,\overline{X_4}\,\overline{X_5} - \overline{X_5}\,\overline{X_6}\,\overline{X_7} - \overline{X_7}\,\overline{X_8}\,\overline{X_1}$
- 8近傍:4近傍の図と地を入れ替えて計算

濃淡のある画像の処理

- 二値画像処理よりも高度
  - 画像の明るさや色を調整する
  - 画像をぼかしたり，鮮明にしたりする
  - 画像から輪郭線を抽出する

  ・・・などなど

フィルタリング

◆畳み込み演算フィルタ

畳み込み演算

$$* \begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline 1&1&1&1&1\\\hline 1&1&1&1&1\\\hline 1&1&1&1&1\\\hline 1&1&1&1&1\\\hline 1&1&1&1&1\\\hline\end{array} \Big/ 25 =$$

$$g(x,y) = \iint k(u,v)\cdot f(x-u, y-v)\,du\,dv$$

$$= k * f$$

畳み込みフィルタの種類

$$\begin{array}{|c|c|c|}\hline 1 & 1 & 1 \\ \hline 1 & 1 & 1 \\ \hline 1 & 1 & 1 \\ \hline \end{array}$$

平滑化

$$\begin{array}{|c|c|c|}\hline 0 & 0 & 0 \\ \hline -1 & 1 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline \end{array}$$

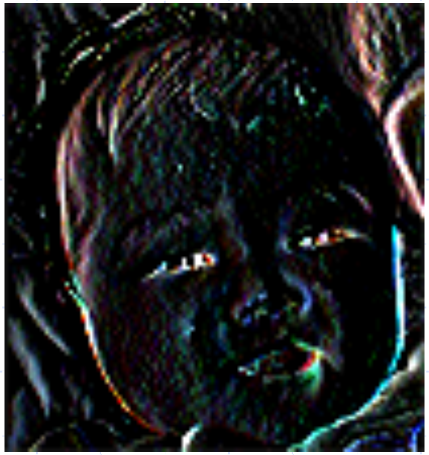
微分
（距離１）

$$\begin{array}{|c|c|c|}\hline -1 & 0 & 1 \\ \hline -2 & 0 & 2 \\ \hline -1 & 0 & 1 \\ \hline \end{array}$$

ソーベル

$$\begin{array}{|c|c|c|}\hline 0 & 1 & 0 \\ \hline 1 & -4 & 1 \\ \hline 0 & 1 & 0 \\ \hline \end{array}$$

ラプラシアン



（１０倍に明るく）

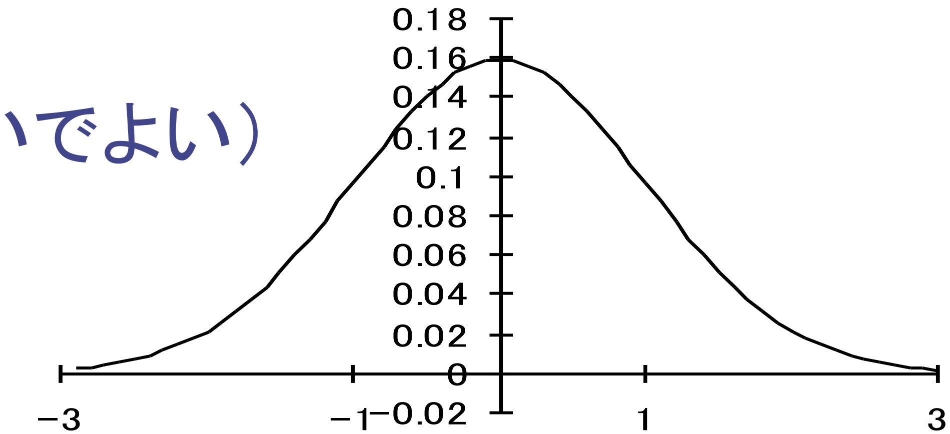
（３倍に明るく）

フィルタの数理的定義

◆ガウシアンオペレータ
- 平滑化オペレータ(数学的意味は後述)
- 畳み込みカーネル関数

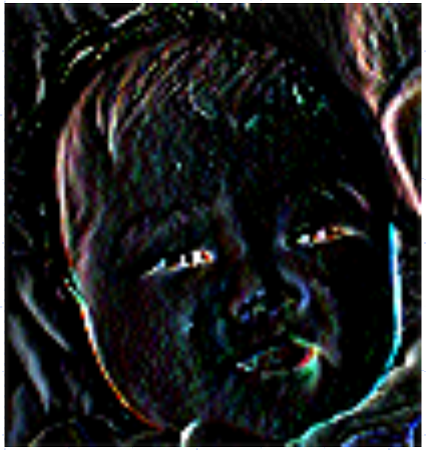
$$k(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}}$$

- 無限に続く関数
(実際には3σぐらいでよい)
- σは，オペレータの広がり(平滑化の度合い)



微分フィルタ

X微分



Y微分

- 2次元微分フィルタ

$$\nabla f(x,y) = \left[\frac{\partial f(x,y)}{\partial x}, \frac{\partial f(x,y)}{\partial y} \right]$$

  - ベクトル値を持つフィルタ

- エッジ強度

$$Df(x,y) = \sqrt{\left(\frac{\partial f(x,y)}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f(x,y)}{\partial y}\right)^2}$$

- ラプラシアン

$$\nabla^2 f(x,y) = \frac{\partial^2 f(x,y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f(x,y)}{\partial y^2}$$

LoG フィルタ

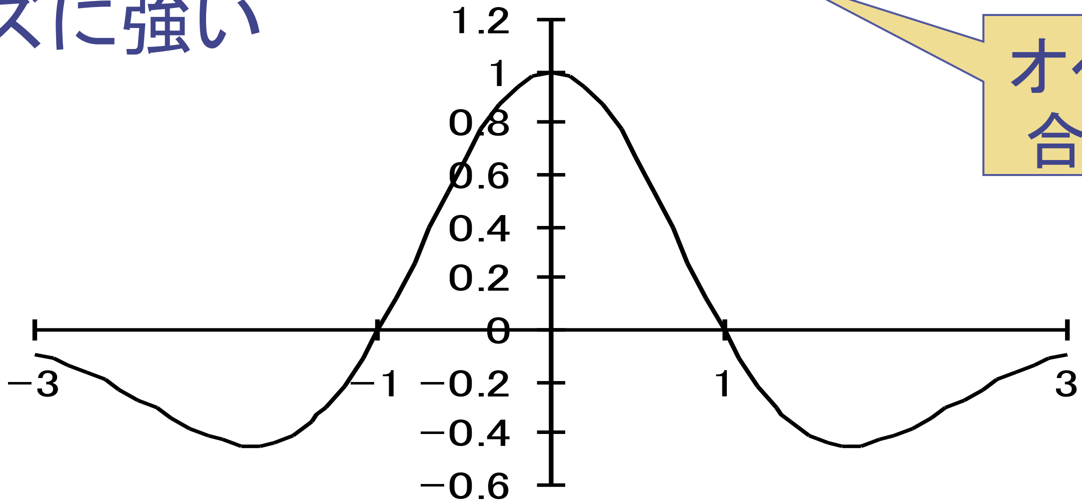
- 平滑化と微分フィルタを組み合わせたもの

ガウシアン

$$LoG(f) = \nabla^2 \cdot \left(G * f\right) = \left(\nabla^2 \cdot G\right) * f$$

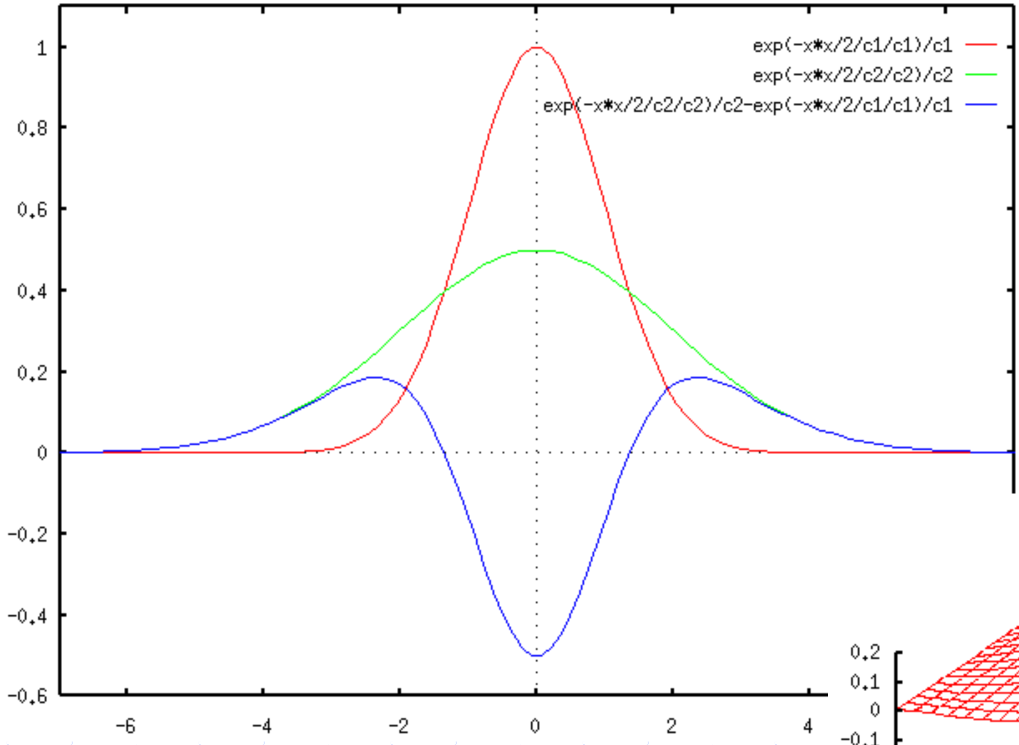
オペレータの
合成が可能

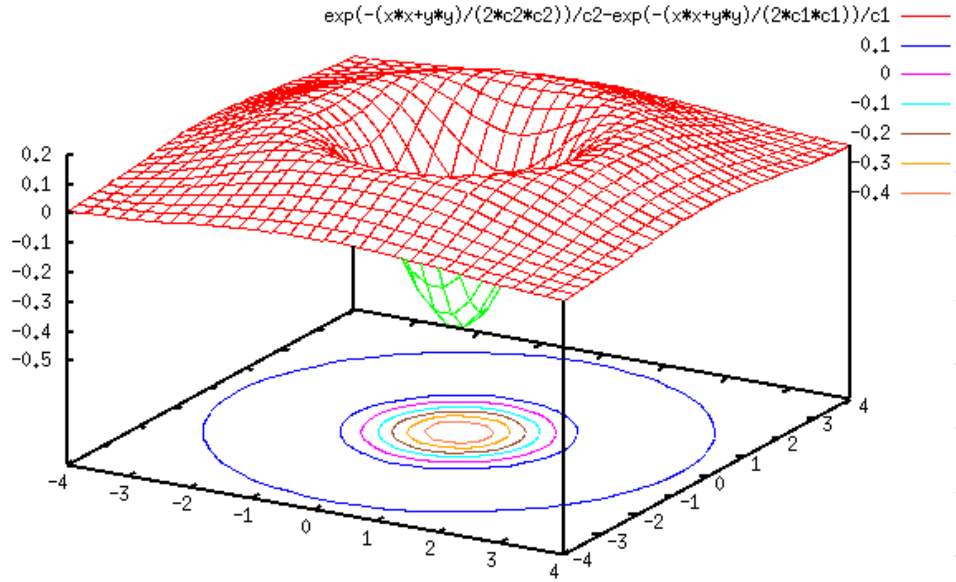
  - ノイズに強い



LoG オペレータ

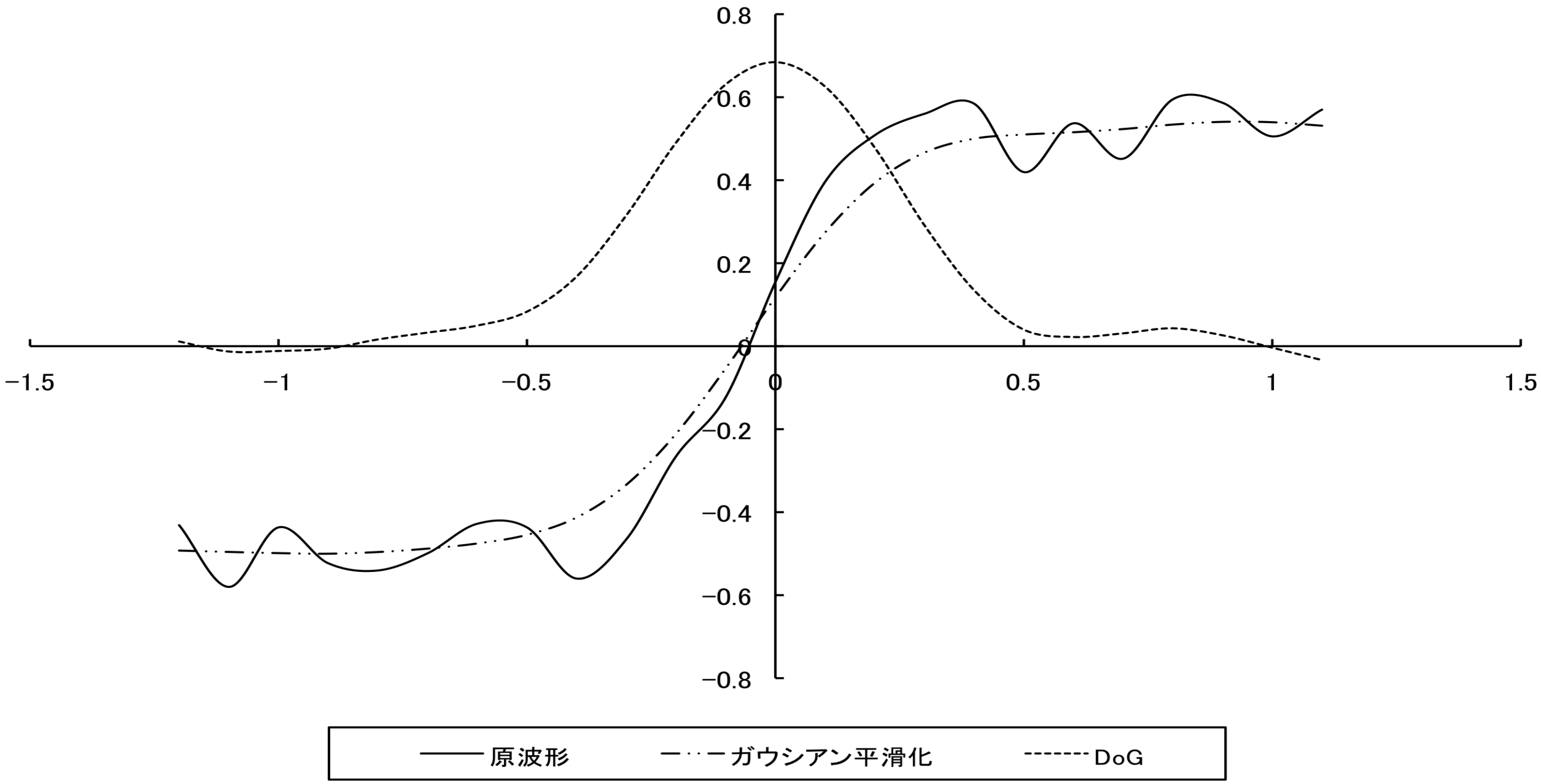
DoG (Difference of Gaussian)





http://fourier.eng.hmc.edu/e161/lectures/gradient/node11.html

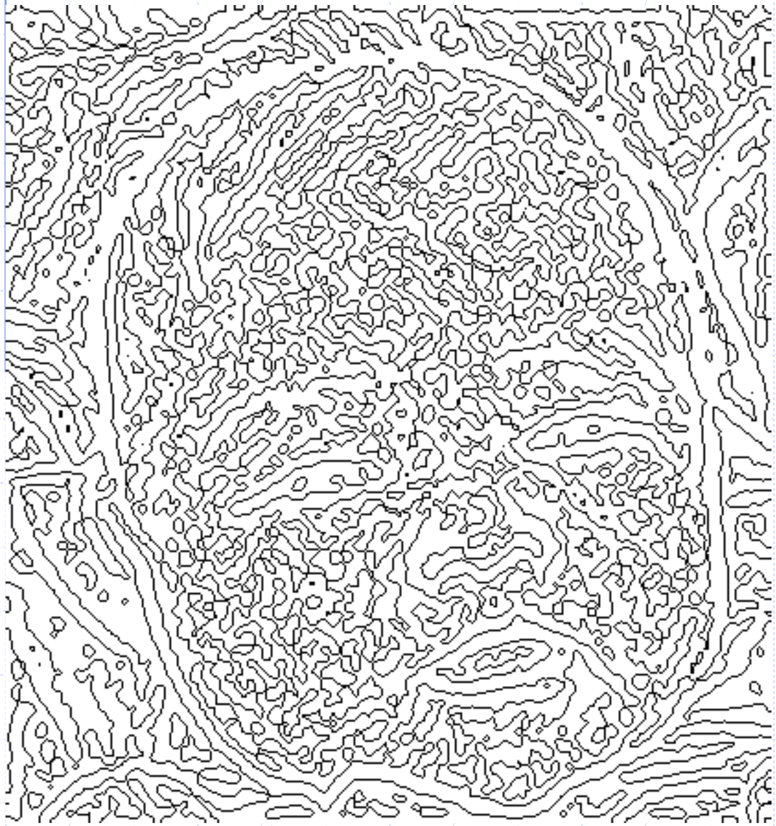
LoG フィルタの効果



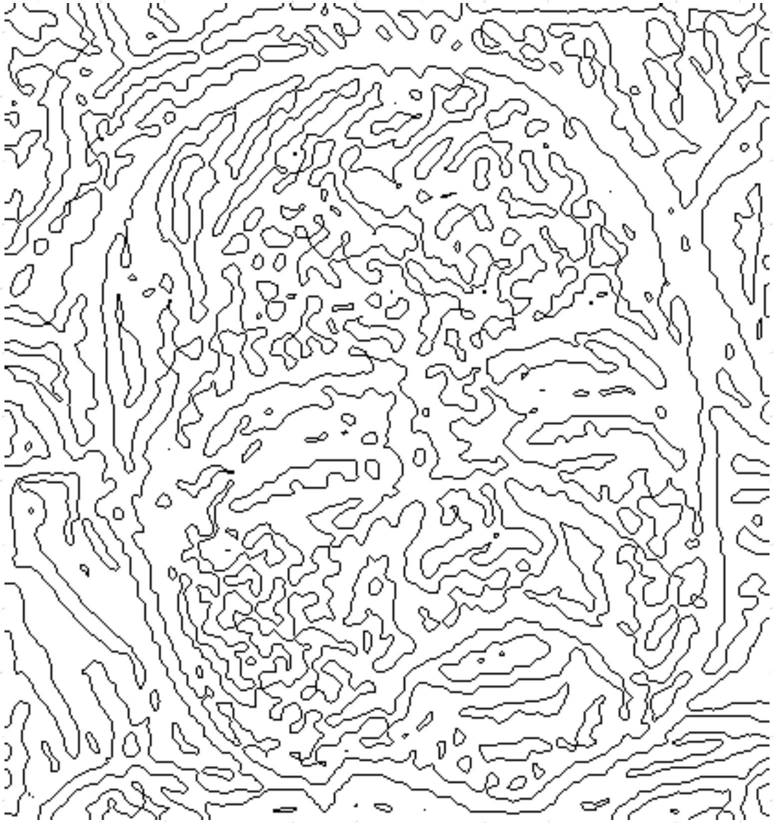
- ノイズに対して強い微分が可能
  （感応する空間周波数帯を選択可能）

LoG フィルタの例

LoG のゼロクロス抽出



ぼかし：小



ぼかし：大

エッジの位置が，若干移動することあり

二次元フーリエ変換

◆フーリエ変換の定義

- 連続 $$F(u,v)=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}f(x,y)\cdot e^{-2j\pi(ux+vy)}dxdy$$
- 離散 $$S(u,v)=\frac{1}{MN}\sum_{m=0}^{M-1}\sum_{n=0}^{N-1}s(m,n)\cdot e^{-2j\pi\left(\frac{um}{M}+\frac{vn}{N}\right)}$$

◆性質

$$f*k=F^{-1}\{F\{f*k\}\}=F^{-1}\{F\{f\}\cdot F\{k\}\}$$

- 畳み込みは，積に移される
- 畳み込みオペレータは，空間周波数領域でのフィルタリングに置き換え可能（逆も真）

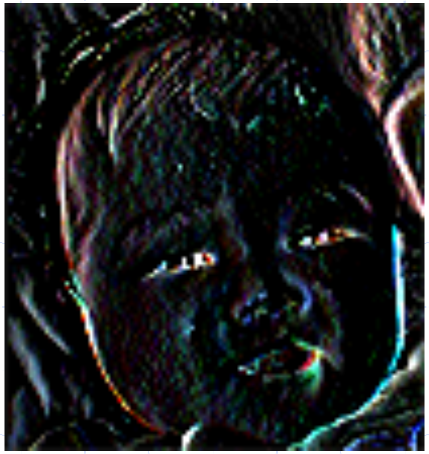
畳み込みOp. のフーリエ変換

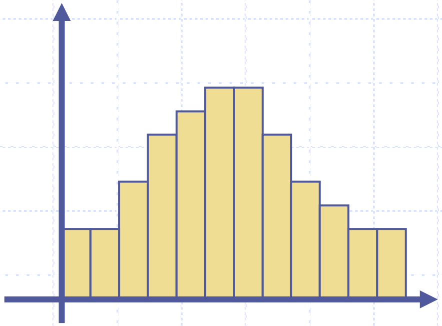
- ガウシアン
  - ガウス関数のフーリエ変換はガウス関数
    → ローパスフィルタ
- 微分・二次微分
  - ハイパスフィルタ
- DoG, LoG
  - バンドパスフィルタ
- 総称して，線形フィルタと呼ばれる

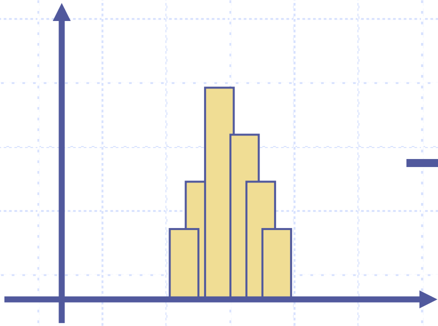
画像圧縮

DPCM

→ 横微分



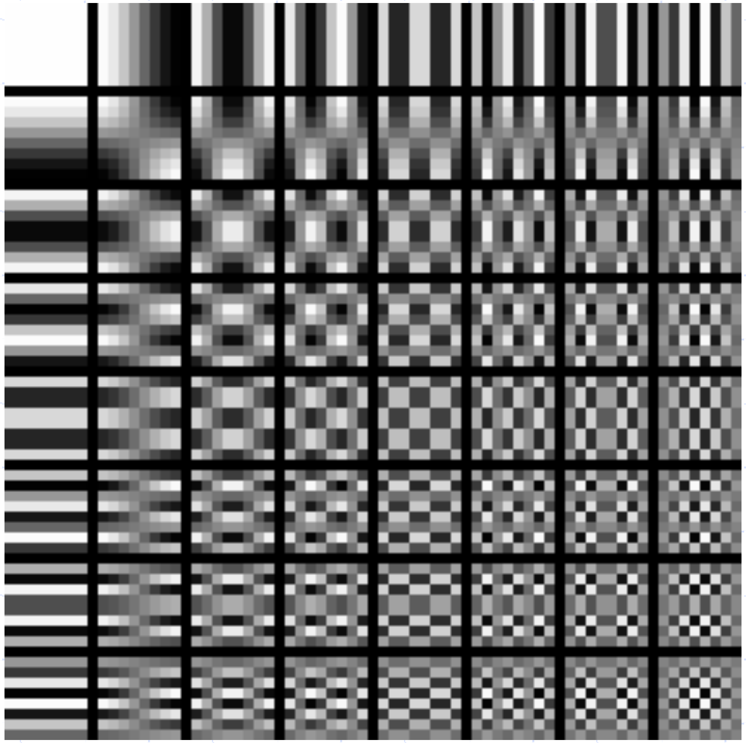




→ エントロピー符号化
（ハフマンコードなど）

- →ランレングスコード化
  - ランのハフマンコード化など

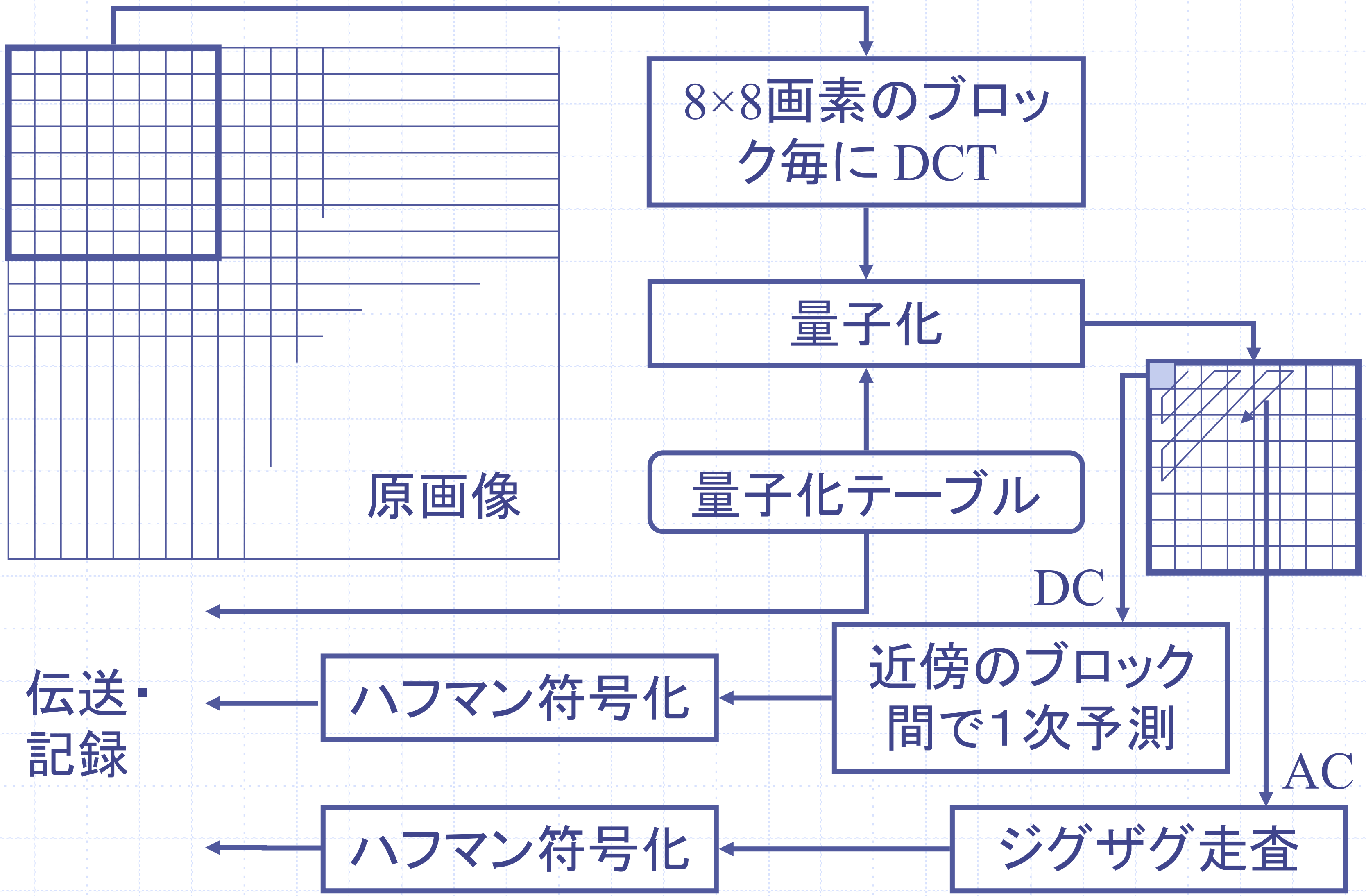
直行変換符号化



離散コサイン変換の基底

- K-L 変換
  - 理論上最高性能
  - 時間がかかる
  - 基底伝送の必要性
- アダマール変換
  - 乗算が不要
- 離散コサイン変換
  - K-L 変換に近い性能

JPEG符号化


8×8画素のブロック毎に DCT
量子化
量子化テーブル
原画像
DC
AC
近傍のブロック間で1次予測
ジグザグ走査
ハフマン符号化
ハフマン符号化
伝送・記録

近傍演算で出来る処理

- 線形フィルタリング（１次微分，２次微分）
- 非線形フィルタリング
  - メディアンフィルタ等
- 二値画像処理
  - ラベリング・細線化・ 膨張・収縮等