

7章 情報の表現と基礎理論 まとめと練習問題

学籍番号_____ 氏名_____

1. 10進数と2進数（基数法）

- 10進数で 364 と表記した数は、 $3 \times 10^2 + 6 \times 10^1 + 4 \times 10^0$ という値であるように、各桁は 10 のべき乗となっている。2進数でも同様に11011 のように書いた2進数は、 $1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0$ のような計算により値を求めることが出来る。
- この10進数の10、2進数の2を**基数**または**底（てい）**といい、 10^2 や 2^4 を**各けたの重み**という。
- n進数では、**それぞれの位の数は 0 から n-1 までの整数**となる（2進数なら 0 か 1）
- 教科書では、 $364_{(10)}$, $11011_{(2)}$ のようにして基数を表記している。
- x桁の y進数で表せる最大の数は、 $y^x - 1$ である。
2桁の10進数なら、 $10^2 - 1 = 99$ まで。6桁の2進数なら、 $2^6 - 1 = 63$ まで。

【練習問題】

- 2進数の 10111 を10進数で表せ。
- 2進数の 10010110 を10進数で表わせ。
- 8桁（8ビット）の2進数で表せる最大の数を求めよ。
- 3進数の 21012 を10進数で表わせ。
- $0_{(10)}$ から $1000_{(10)}$ までの範囲の値を扱いたい。2進数では何桁（何ビット）必要となるか答えよ。

2. 基数変換

- 2進数を10進数に変換するには、先のように**各けたの重みを加算していく方法**が簡単.
- 10進数を2進数に変換する方法の1つに、**変換したい値を2でどんどん割っていき、余りを調べる方法**がある. それぞれの割り算で求めた余り (0か1) を下の桁から並べていく.

- 【例】13 を2進数に変換

$$13 / 2 = 6 \quad \text{余り } 1$$

$$6 / 2 = 3 \quad \text{余り } 0$$

$$3 / 2 = 1 \quad \text{余り } 1$$

$$1 / 2 = 0 \quad \text{余り } 1 \quad \text{割り算の結果がゼロになると終わり}$$

それぞれの余りを**下から順**に並べると 1101 で、これが2進数への変換結果.

- もう1つの方法として、変換したい数より小さい最大の 2^n をどんどん引いていく方法がある.

- 【例】13 を2進数に変換

$$2^4 = 16 \text{ は } 13 \text{ より大きいので引けない}$$

$$2^3 = 8 \text{ は } 13 \text{ 以下なので、引く } 13 - 8 = 5$$

$$2^2 = 4 \text{ は } 5 \text{ 以下なので、引く } 5 - 4 = 1$$

$$2^1 = 2 \text{ は } 1 \text{ より大きいので引けない}$$

$$2^0 = 1 \text{ は } 1 \text{ 以下なので、引く } 1 - 1 = 0 \quad \text{残りが0になると終わり}$$

よって $13 = 2^3 + 2^2 + 2^0$ と表すことができるので、2進数では 1101 と表せる.

【練習問題】

- 10進数の 43 を2進数で表せ.

- 10進数の 107 を2進数で表わせ.

- 10進数の 40000 を2進数で表わせ.

3. 16進数

- 2進数は表示・印字するには長すぎるので、**2進数から変換しやすい16進数をよく使う。**
- 16 は2のべき乗 (2^4) であるため、**16進数の1桁により、2進数の4桁分を表すことができる。**
- 16進数では0~9にA~Fを加えた16個の文字を用いる。
A は $10_{(10)} = 1010_{(2)}$, B は $11_{(10)} = 1011_{(2)}$, C は $12_{(10)} = 1100_{(2)}$, D は $13_{(10)} = 1101_{(2)}$,
E は $14_{(10)} = 1110_{(2)}$, F は $15_{(10)} = 1111_{(2)}$ を表す.
- 2進数を16進数に変換する場合、まず、2進数を**下の桁から4桁ずつに区切る。**
つぎに、それぞれの桁を16進数の記号に置き換える。
例 $10110101 \rightarrow 1011 \mid 0101 \rightarrow B5_{(16)}$ $1101101 \rightarrow 0110 \mid 1101 \rightarrow 6D_{(16)}$
- 16進数を10進数に変換するには、いったん2進数に変換してから10進数にしても良いが、
各桁に 16^n の重みをかける方法でも計算できる。
例 $B5_{(16)} \rightarrow 11 \times 16^1 + 5 \times 16^0 = 11 \times 16 + 5 = 181$

【練習問題】

- 2進数の 10011110 を16進数で表わせ.

- 2進数の 1111101 を16進数で表わせ.

- 16進数の E8 を2進数で表わせ.

- 16進数の 5FB6 を2進数で表せ.

- 2進数の 1101011110100011 を16進数で表せ.

- 16進数の 9C を10進数に変換せよ.

- 以下の表の空欄を埋めよ.

10進数	2進数	16進数
100		
3215		
	10101101	
	11010011011	
		5F
		3C2E

4. 負の数の表現 (1の補数と2の補数)

- 例えば8ビットの2進数では0から255までの値を表すことができるが、これのうち半分(例えば128~255)を負の数に割り当てることによって、負の数を表現することが出来る。このとき、最上位ビットが1であれば負の数となる。
- 計算機では**2の補数**と呼ばれる方法で負の数を表現することが多い。2の補数とは、全てのビットを反転したものに1を加えた値である。ただし、**桁あふれした場合はそのあふれた桁を取り除く**。
【例】00110111 → 反転 → 11001000 → 1加算 → 11001001 のようにする。
00110111 が +55 で、11001001 が -55 である。
- 補数を用いる場合は、**その値が何ビットで表わされるかを先に決め、上位の空いた桁を0で埋めておく**。そうすることで、0で始まる2進数は0と正の数、1で始まる数は負の数と判断できる。
- 補数の計算を2回行うことは、正負反転を2回行うことを意味し、元の値に戻る。
【例】先の例の 11001001 を反転すると 00110110 で、これに1を加えると 00110111 に戻る。
- 00000000 の2の補数は、反転して 11111111 となり、これに1を加えると 100000000 となるが、あふれた先頭の1を取り除くので、00000000 に戻る。つまり**2の補数では、0の表現は一通りしかないという利点がある**。

【練習問題】

- 2進数 01011101 の2の補数を求めよ。

01011101 の各ビットを反転したものが (a) _____

この値(a)に1を加えて (b) _____ これが 01011101 の2の補数である。

- 10進数 -91 を、8ビットの2の補数で表わせ。

91 を2進数で表すと (c) _____ (8ビットで表すため、上位桁を0で埋める)

この各ビットを反転したものが (d) _____

この値に1を加えて (e) _____ これが2進数により表した -91 である。

- 10進数 -93 を、8ビットの2の補数で表わせ。

- 上の (b) の2の補数を求め、これが元の 01011101 に戻ることを確認せよ。
(繰り上がりによって8ビットからあふれた桁を取り除くことに注意)。

5. 2の補数を用いた減算

- 2の補数を使うと、普通の2進数と同じように**正負の値を混ぜて足し算・引き算**が出来る。

【例】43 - 25 を求める。25 を2進数で表すと 00011001 なので、その2の補数 (-25 を表す)は 11100111 となる。一方、43 を2進数で表すと 00101011 なので、これらを足すと

$$\begin{array}{r} 00101011 \\ + 11100111 \\ \hline 100010010 \end{array}$$

となる。あふれた1を取り除いた00010010 は 10進数では 18 となり、43 - 25 に一致する。

【練習問題】

94 - 71 (=23) を2進数で計算したい。以下の手順で計算せよ。

- 94 と 71 をそれぞれ8ビットの2進数で表せ。

- 71 の2の補数を求めよ (-71を2の補数で表現せよ)。

- 2進数で表現した 94 と-71 を加算せよ。

- その値を10進数に変換せよ。(正しく、23になるか?)

93 - 112 を、2の補数を用いて計算せよ。(注: 計算結果は負の数となるため、求めた2進数に対して再び2の補数を求め、絶対値を求めてから10進数に変換する必要がある。)

(先週までの授業に対し、良いところ、悪いところ、質問など自由に書いて下さい)