

7章 情報の表現と基礎理論 まとめと練習問題

学籍番号 _____ 氏名 _____

1. 10進数と2進数（基数法）

- 10進数で 364 と表記した数は、 $3 \times 10^2 + 6 \times 10^1 + 4 \times 10^0$ という値であるように、各桁は 10 のべき乗となっている。2進数でも同様に11011 のように書いた2進数は、 $1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0$ のような計算により値を求めることができる。
- この10進数の10、2進数の2を**基数**または**底**（てい）といい、 10^2 や 2^4 を**各けたの重み**という。
- n進数では、**それぞれの位の数は 0 から n-1 までの整数**となる（2進数なら 0 か 1）
- 教科書では、 $364_{(10)}$ 、 $11011_{(2)}$ のようにして基数を表記している。
- x桁の y進数で表せる最大の数は、 $y^x - 1$ である。
2桁の10進数なら、 $10^2 - 1 = 99$ まで。6桁の2進数なら、 $2^6 - 1 = 63$ まで。

【練習問題】

- 2進数の 10111 を10進数で表せ。

$$16+4+2+1 = 23$$

- 2進数の 10010110 を10進数で表わせ。

$$128+16+4+2 = 150$$

- 8桁（8ビット）の2進数で表せる最大の数を求めよ。

$$2^8 - 1 = 255$$

- 3進数の 21012 を10進数で表わせ。

$$2 \cdot 3^4 + 1 \cdot 3^3 + 0 \cdot 3^2 + 1 \cdot 3^1 + 2 \cdot 3^0 = 2 \cdot 81 + 27 + 3 + 2 = 194$$

- $0_{(10)}$ から $1000_{(10)}$ までの範囲の値を扱いたい。2進数では何桁（何ビット）必要となるか答えよ。

$$2^9 - 1 < 1000 < 2^{10} - 1 \text{ であるから、10ビットあればよい。}$$

2. 基数変換

- 2進数を10進数に変換するには、先のように**各けたの重みを加算していく方法が簡単**.
- 10進数を2進数に変換する方法の1つに、**変換したい値を2でどんどん割っていき、余りを調べる方法**がある。それぞれの割り算で求めた余り（0か1）を下の桁から並べていく。

- 【例】13 を2進数に変換

$$13 / 2 = 6 \quad \text{余り } 1$$

$$6 / 2 = 3 \quad \text{余り } 0$$

$$3 / 2 = 1 \quad \text{余り } 1$$

$$1 / 2 = 0 \quad \text{余り } 1 \quad \text{割り算の結果がゼロになると終わり}$$

それぞれの余りを**下から順**に並べると 1101 で、これが2進数への変換結果。

- もう1つの方法として、変換したい数より小さい最大の 2^n をどんどん引いていく方法がある。

- 【例】13 を2進数に変換

$$2^4 = 16 \text{ は } 13 \text{ より大きいので引けない}$$

$$2^3 = 8 \text{ は } 13 \text{ 以下なので、引く } 13 - 8 = 5$$

$$2^2 = 4 \text{ は } 5 \text{ 以下なので、引く } 5 - 4 = 1$$

$$2^1 = 2 \text{ は } 1 \text{ より大きいので引けない}$$

$$2^0 = 1 \text{ は } 1 \text{ 以下なので、引く } 1 - 1 = 0 \quad \text{残りが0になると終わり}$$

よって $13 = 2^3 + 2^2 + 2^0$ と表すことができるので、2進数では 1101 と表せる。

【練習問題】

- 10進数の 43 を2進数で表せ。

1 0 1 0 1 1

- 10進数の 107 を2進数で表わせ。

1 1 0 1 0 1 1

- 10進数の 40000 を2進数で表わせ。

1 0 0 1 1 1 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0

(ヒント: 40000は 2^6 の倍数なので、下6桁は0になる。

40000 / 32 = 625 なので、625を2進数に直したものを左に6ビットだけシフトすれば良い。)

なおこんな、時間のかかるしんどい問題はテストには出しません (^_^)

3. 16進数

- 2進数は表示・印字するには長すぎるので、**2進数から変換しやすい16進数をよく使う。**
- 16 は2のべき乗 (2^4) であるため、**16進数の1桁により、2進数の4桁分を表すことができる。**
- 16進数では0~9にA~Fを加えた16個の文字を用いる。
A は $10_{(10)} = 1010_{(2)}$, B は $11_{(10)} = 1011_{(2)}$, C は $12_{(10)} = 1100_{(2)}$, D は $13_{(10)} = 1101_{(2)}$,
E は $14_{(10)} = 1110_{(2)}$, F は $15_{(10)} = 1111_{(2)}$ を表す.
- 2進数を16進数に変換する場合、まず、2進数を**下の桁から4桁ずつに区切る。**
つぎに、それぞれの桁を16進数の記号に置き換える。
例 $10110101 \rightarrow 1011 \mid 0101 \rightarrow B5_{(16)}$ $1101101 \rightarrow 0110 \mid 1101 \rightarrow 6D_{(16)}$
- 16進数を10進数に変換するには、いったん2進数に変換してから10進数にしても良いが、
各桁に 16^n の重みをかける方法でも計算できる。
例 $B5_{(16)} \rightarrow 11 \times 16^1 + 5 \times 16^0 = 11 \times 16 + 5 = 181$

【練習問題】

- 2進数の 10011110 を16進数で表わせ.

9E

- 2進数の 1111101 を16進数で表わせ.

7D

- 16進数の E8 を2進数で表わせ.

1110 1000

- 16進数の 5FB6 を2進数で表せ.

0101 1111 1011 0110

- 2進数の 1101011110100011 を16進数で表せ.

D7A3

- 16進数の 9C を10進数に変換せよ.

$9 \times 16 + 12 = 156$

- 以下の表の空欄を埋めよ.

10進数	2進数	16進数
100	1100100	64
3215	110010001111	C8F
173	10101101	AD
1691	11010011011	69B
95	0101 1111	5F
15406	0011 1100 0010 1110	3C2E

4. 負の数の表現（1の補数と2の補数）

- 例えば8ビットの2進数では0から255までの値を表すことができるが、これのうち半分（例えば128～255）を負の数に割り当てることによって、負の数を表現することが出来る。このとき、最上位ビットが1であれば負の数となる。
- 計算機では**2の補数**と呼ばれる方法で負の数を表現することが多い。2の補数とは、全てのビットを反転したものに1を加えた値である。ただし、**桁あふれした場合はそのあふれた桁を取り除く**。
【例】00110111 → 反転 → 11001000 → 1加算 → 11001001 のようにする。
00110111 が +55 で、11001001 が -55 である。
- 補数を用いる場合は、**その値が何ビットで表わされるかを先に決め、上位の空いた桁を0で埋めておく**。そうすることで、0で始まる2進数は0と正の数、1で始まる数は負の数と判断できる。
- 補数の計算を2回行うことは、正負反転を2回行うことを意味し、元の値に戻る。
【例】先の例の 11001001 を反転すると 00110110 で、これに1を加えると 00110111 に戻る。
- 00000000 の2の補数は、反転して 11111111 となり、これに1を加えると 100000000 となるが、あふれた先頭の1を取り除くので、00000000 に戻る。つまり**2の補数では、0の表現は一通りしかないという利点がある**。

【練習問題】

- 2進数 01011101 の2の補数を求めよ。

01011101 の各ビットを反転したものが (a) 10100010

この値(a)に 1 を加えて (b) 10100011 これが 01011101 の2の補数である。

- 10進数 -91 を、8ビットの2の補数で表わせ。

91 を2進数で表すと (c) 01011011 (8ビットで表すため、上位桁を0で埋める)

この各ビットを反転したものが (d) 10100100

この値に 1 を加えて (e) 10100101 これが2進数により表した -91 である。

- 10進数 -93 を、8ビットの2の補数で表わせ。

93 の2進数は 01011101 これを反転して 10100010 これに1を加えて 10100011

- 上の (b) の2の補数を求め、これが元の 01011101 に戻ることを確認せよ。
(繰り上がりによって8ビットからあふれた桁を取り除くことに注意)。

10100011を反転して 01011100 これに1を加えて 01011101

5. 2の補数を用いた減算

- 2の補数を使うと、普通の2進数と同じように**正負の値を混ぜて足し算・引き算**が出来る。

【例】43 - 25 を求める。25 を2進数で表すと 00011001 なので、その2の補数 (-25 を表す)は 11100111 となる。一方、43 を2進数で表すと 00101011 なので、これらを足すと

$$\begin{array}{r} 00101011 \\ + 11100111 \\ \hline 100010010 \end{array}$$

となる。あふれた1を取り除いた00010010 は 10進数では 18 となり、43 - 25 に一致する。

【練習問題】

94 - 71 (=23) を2進数で計算したい。以下の手順で計算せよ。

- 94 と 71 をそれぞれ8ビットの2進数で表せ。

94 : 01011110

71 : 01000111

- 71 の2の補数を求めよ (-71を2の補数で表現せよ)。

01000111 を反転して 10111000 これに1を加えて 10111001

- 2進数で表現した 94 と-71 を加算せよ。

$$\begin{array}{r} 01011110 \\ + 10111001 \\ \hline 100010111 \end{array} \text{ あふれた1を捨てて, } \underline{00010111}$$

- その値を10進数に変換せよ。(正しく、23になるか?)

$$16+4+2+1 = 23$$

93 - 112 を、2の補数を用いて計算せよ。(注: 計算結果は負の数となるため、求めた2進数に対して再び2の補数を求め、絶対値を求めてから10進数に変換する必要がある。)

93 : 01011101

112 : 01110000

112の2の補数は、 $10001111 + 1 = 10010000$

$$\begin{array}{r} 01011101 \\ + 10010000 \\ \hline \end{array}$$

11101101 最上位ビットが1なので負の数であり、この補数を求めて絶対値を得る必要がある。
 $00010010 + 1 = 00010011$ となり、これは19である。よって答えは -19 である。

(先週までの授業に対し、良いところ、悪いところ、質問など自由に書いて下さい)