

7章 乗法の表現と基礎理論　まとめと練習問題プリント

2011.5.25 日浦

1. 10進数と2進数（基数法）

- 10進数の 364 は $3 \times 10^2 + 6 \times 10^1 + 4 \times 10^0$ という値であるように、各桁は 10 のべき乗となっている。
- 2進数でも同様に 11011 のように書いた2進数は、 $1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0$ の値を持つ。
- この10進数の10, 2進数の2を**基数**または底（てい）といい、 10^2 や 2^4 を**各けたの重み**という。
- n 進数では、**それぞれの位の数は0からn-1までの整数**となる（2進数なら0か1）
- 教科書では、 $364_{(10)}$, $11011_{(2)}$ のようにして基数を表記している。
- x 桁の y 進数で表せる最大の数は、 y^{x-1} である。

【練習問題】

- 2進数の 10111 を10進数で表せ。
- 8桁（8ビット）の2進数で表せる最大の数を求めよ。

2. 基数変換

- 2進数を10進数に変換するには、上のように**各けたの重みを加算していく方法**が簡単。
- 10進数を2進数に変換するには、**変換する値を2で割っていき、余りを調べる方法**を使うと良い。
余りが出れば1、割り切れれば0で、それを下の桁から並べていく。

【例】13を2進数に変換

$$\begin{array}{r} 13 \\ / 2 = 6 \quad \text{余り } 1 \\ 6 \quad / 2 = 3 \quad \text{余り } 0 \\ 3 \quad / 2 = 1 \quad \text{余り } 1 \\ 1 \quad / 2 = 0 \quad \text{余り } 1 \quad \text{ゼロになると終わり} \end{array}$$

それぞれの余りを**下から順**に並べると 1101 で、これが2進数への変換結果。

【練習問題】

- 10進数の 43 を2進数で表せ。

3. 16進数と8進数

- 2進数は表示・印字すると長くなりすぎるので、**2進数から変換しやすい16進数や8進数**をよく使う。
- 16進数では0～9にA～Fを加えた16個の文字を使い、2進数の4桁分を1文字で表すことが出来る。

【練習問題】

- 16進数の $5FB6$ を2進数で表せ。
- 2進数の 110101110100011 を16進数で表せ。

4. 負の数の表現（1の補数と2の補数）

- 例えば8ビットの2進数では0から255までの値を表すことができるが、このうち約半分（例えば128～255、つまり最上位ビットが1）を負の数に割り当てることによって、負の数を表現することができる。
- **1の補数**とは、全てのビットを反転(0を1に、1を0に置き換え)した値である。
【例】00110111 → 11001000 のようにする。前者が+55で、後者が-55である。
- 1の補数は変換が簡単で便利だが、0の表現が二通り存在するという問題がある。つまり、00000000が+0で、11111111が-0という意味になる。そこで、**2の補数が計算機では一般に使われている**。
- **2の補数**とは、全てのビットを反転したものに1を加えた値である。ただし、桁あふれした場合はそのあふれた桁を取り除く。
【例】00110111 → 11001001 のようにする。前者が+55で、後者が-55である。

5. 2の補数の性質

- 補数の計算を2回行うことは、正負反転を2回行うことを意味し、元の値に戻る。
【例】先の例の11001001を反転すると00110110で、これに1を加えると00110111に戻る。
- 00000000の2の補数は、反転して11111111となり、これに1を加えると100000000となるが、あふれた1を取り除くので、00000000に戻る。つまり**2の補数では、0の表現は一通りしかない**。

2の補数を使うと、普通の二進数と同じように**正負の値を混ぜて足し算・引き算**が出来る。

【例】43 - 25を求める。

25の二進数は00011001なので、その2の補数は11100111となる。

一方、43の二進数は00101011なので、これらを足すと

$$\begin{array}{r} 00101011 \\ + \quad 11100111 \\ \hline 100010010 \end{array}$$

となる。あふれた1を取り除いた00010010は10進数では18となり、43 - 25に一致する。

【練習問題】

94 - 71 (=23) を2進数で計算したい。以下の手順で計算せよ。

- 94と71をそれぞれ8ビットの2進数で表せ。

- 71の2の補数を求めよ（-71を2の補数で表現せよ）。

- 二進数で表現した94と-71を加算せよ。

- その値を10進数に変換せよ。（正しく、23になるか？）