コンピュータ基礎(8, 9)

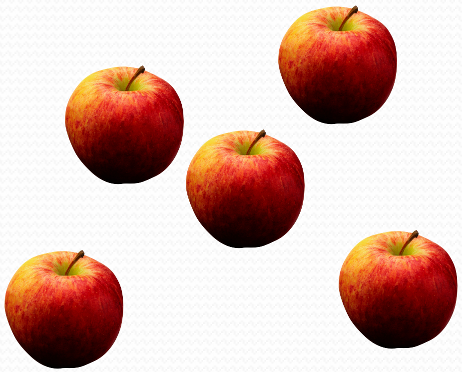
8 章 1. コンピュータ内のデータ表現

この章で学習すること

- 基数法（１０進数，２進数，１６進数など）
  - 基数の変換
  - ８進数・１６進数と２進数の関係
- 負の数の表現
  - １の補数と２の補数
  - 補数による加減算
- 小数の表現
  - 固定小数点数と浮動小数点数
  - 浮動小数点数の規格(IEEE754)
- その他のデータ表現
  - １０進数の表現
  - 文字コード

数の表現（書き方）

- 「数」と「数の書き方」をわけて考える
  - 「数の書き方」と，「数そのものの性質」は別のもの
  例：13 は素数・・・”13”という書き方とは無関係



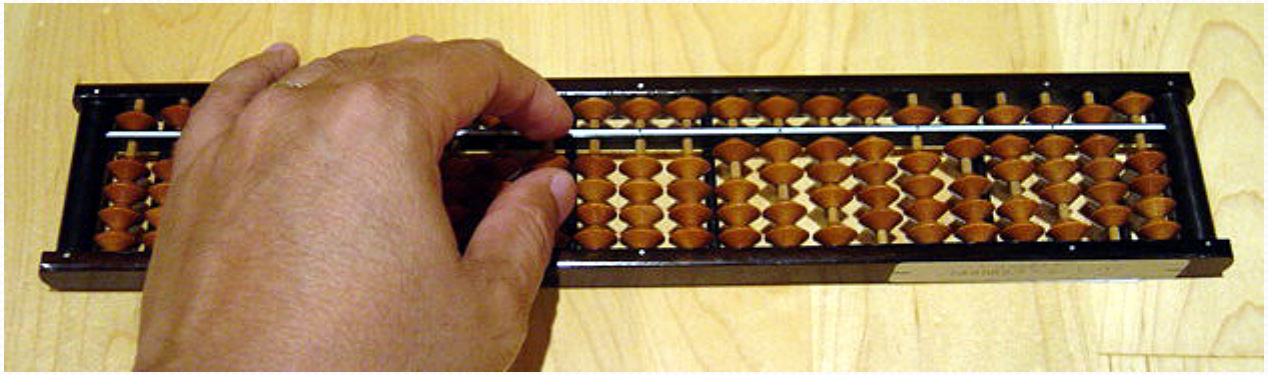
5

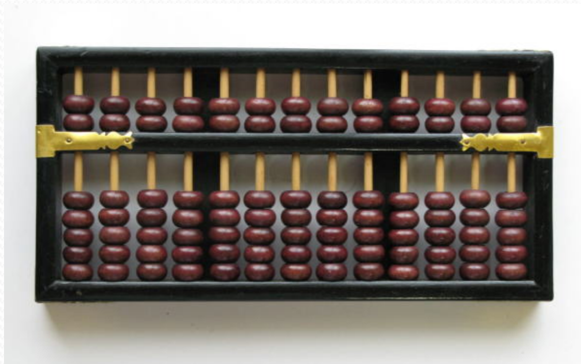
67

- ここでは書き方（表現方法）について考える

基数法とは？

- 位取り基数法（基数法）
  - $67 = 6\times10^1+7\times10^0$ のような数の表現方法
  - 10 の部分は10でなくても良い．これを基数という.
  - 基数を 2 にしたものを二進数と言う.
- 基数法の利点
  - 大きな数でも小さく表現出来る（文字数が少ない）
  - ある数字の表現は，ただ 1 通りしかない





日本のそろばん：数の表現が一通り

基数法の性質

- 表現出来る数の範囲（基数を r とする）
  - n けたの r 進数で表せる数は 0 から r^n-1 である
- けたずらし（シフト）
  - r 進数の各けたを左に 1 けたずらすと r 倍になる
    例：10進数で 123 → 1230 にすると10倍
    同様に，2進数で 101 → 1010 にすると2倍
  - r 進数の各けたを右に1けたずらすと 1/r 倍になる
    例：10進数で 1230 → 123 にすると1/10倍
    同様に，2進数で 1010 → 101 にすると½倍
  - この性質を使うと，一番下のけたの値を調べることが出来る
    例：3456 / 10 = 345 余り 6 となる
    同様に，1101 を ½ 倍すると，110　余り 1

基数の変換

- ２進数を10進数に変換
  - 例：1101 ＝ $1\times2^3+1\times2^2+0\times2^1+1\times2^0$ ＝ 13
- 10進数を2進数に変換
  - 2で割った余りを調べ，下の桁から順に並べる
    13 / 2 = 6 余り 1
    6　/ 2 = 3 余り 0
    3　/ 2 = 1 余り 1
    1　/ 2 = 0 余り 1
    　となるので，13 は二進数では 1101 になる
  - これは，前のスライドの「２進数を右に１けたシフトすると ½ になる」という性質を使っている
    　1101(13) を 2 で割ると 110(6) , 余り 1 になる

16進数と8進数

- 10進数と2進数の間の変換は，面倒くさい
  - でも，2進数での表記は，長すぎる

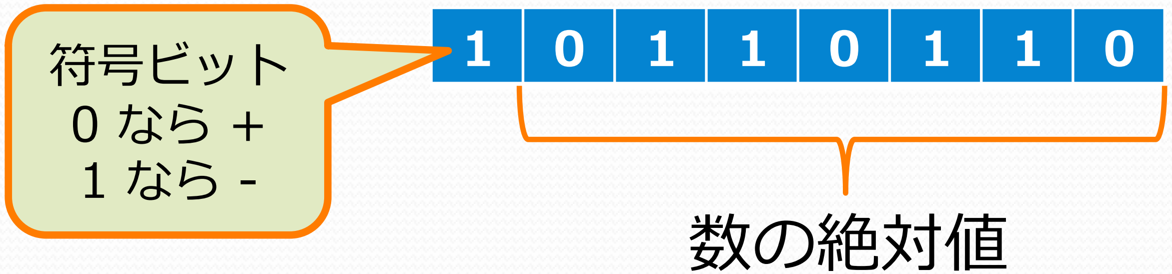
    → 2進数を短く表現出来ないか？
- 2進数を４桁ずつ区切って表示する
  - 例：10110111 → 1011 と 0111 に分け，それぞれに記号を割り当てて表示しよう！
  - ４桁の２進数は 0~15 の 16 通りなので，数字（0～9) では足りない

    → A~F を 1010 $(10)_{10}$ ～ 1111 $(15)_{10}$ に割り当て

    10110111 は B7 と表現出来る
- これは，１６進数である.
  - ２進数を４桁ずつ区切っているので，$2^4 = 16$
  - $B7 = B(11) \times 16^1 + 7 \times 16^0 = 183$

負の数の表現

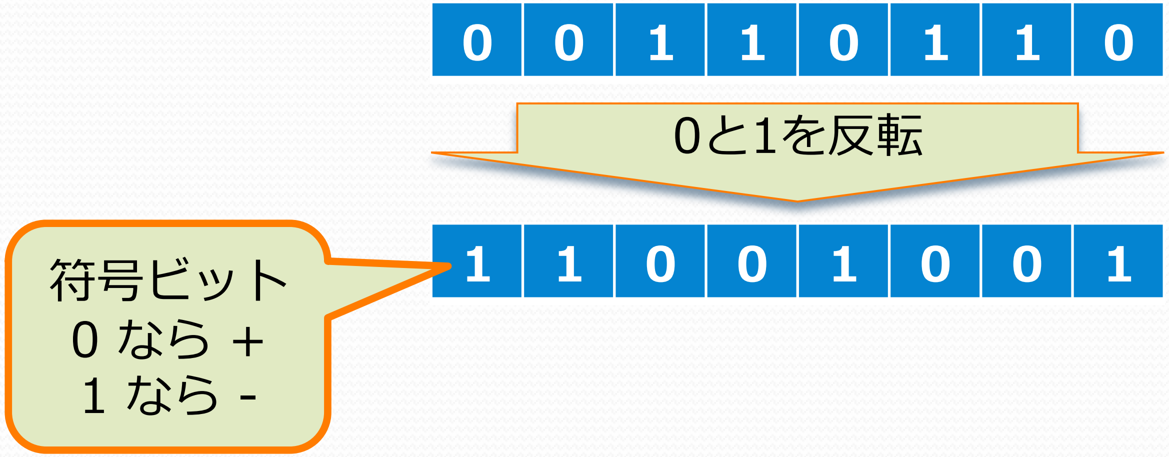
- 8bit の２進数は，0~255 を表現出来る
  - 0と正の値しか表現出来ない
  - マイナス(-) の記号を表現出来ないか？
- アイディア１：絶対値表現



- 問題点
  - 0の表現が二通りできてしまう
    00000000 ・・・+0
    10000000 ・・・ -0

負の数の表現

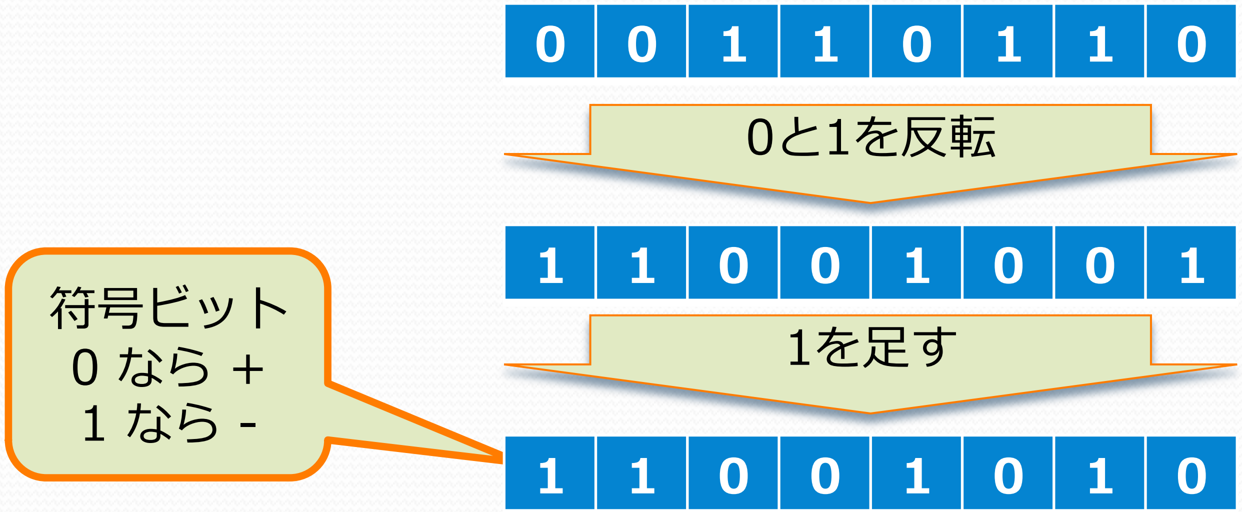
- アイディア2：１の補数表現



- 問題点
  - 0の表現が二通りできてしまう
    00000000 ・・・+0
    11111111 ・・・ -0

負の数の表現

- アイディア3：２の補数表現



もしも繰り上がりのために桁数が増えたら，その桁は単に捨てる！

- 利点
  - ０の表現が一通りしかない
  - 負の数をそのまま加算すると正しい答えが得られる

例題(1)

- -21 を，8bit の２の補数で表現せよ.
  - 21 は，２進数で 00010101
    反転して 11101010
    1を加えて 11101011　となる

- 34 - 21 を，２の補数を用いて計算せよ.
  - 34 は，２進数で 00100010
  - これに，上で求めた -21 の２の補数を加える

$$
\begin{array}{rr}
 & 00100010 \\
+ & 11101011 \\
\hline
 & 100001101
\end{array}
$$

一番上の桁をとって 00001101

  - これは，10進数では15 になる.

0の２の補数を計算してみる

- ０の２の補数を求める
  - 00000000
    これを反転して 11111111
    これに1を加えて 100000000
  - 最上位桁をすてると 00000000
- よって，０の表現は二通りは存在しない
- n桁の２の補数による値の表現範囲
  - $-2^{(n-1)}$ から $2^{(n-1)}-1$ まで
  - 例：8bit の場合，-128 から 127 まで(256通り）

なぜ引き算ができるのか？(1)

- 845 - 268 を計算することを考える
  - 繰り下がり計算が面倒！999から引くなら楽なのに！
- なんとかして 999 を使ってみる
  - $845 - 268$
    $= 845 + (999 - 268) - 999$
    $= 845 + (999 - 268) - 1000 + 1$
    $= 845 + (999 - 268 + 1) - 1000$
    とすると計算できる.
- 999 から 268 を計算するのは，各桁の反転に相当
  - 0←→9, 1←→8, 2←→7, 3←→6, 4←→5 で置換
  - なので，上の括弧内の計算(999-268+1)は
    各桁を反転して 1 を足すことに相当する

なぜ引き算ができるのか？(2)

- ２進数の反転計算
  - 11111111 から引くことに相当する
- ２の補数
  - 反転してから１を加えるので，100000000 から引くことに相当する
  - 桁あふれは無視するので，100000000 を足したり引いたりするのは，何もしないのと同じ．
- つまり，２の補数とは
  - 先に引き算をした値のようなもの．

小数の表現(1)

- 桁ずらし（シフト演算）について
  - 10進数の 123 を右に1桁ずらすと 12.3 となる．この値は 123 の 1/10 である．
  - 同様に，2進数の 1101 を右に一桁ずらすと 110.1 となる．これは 1101 $(13)_{10}$ の ½ である．つまり，6.5 である．
- 基数による解釈
  - 110.1 は $1\times2^2+1\times2^1+0\times2^0+1\times2^{-1} = 6.5$
  - 小数点以下の各桁の重みは，0.5, 0.25, 0.125, ..
- 割り切れない数について
  - 例えば，0.2 は2進数では循環小数になる 0.0011001100110O…

浮動小数点数

- 非常に大きい数の表現
  - 例：光の速度　3×10^8 =300000000 [m/s]
  - このように，桁をずらす桁数を使うことで非常に大きい数や小さな数を表現することが出来る
  - C言語では，float や double で使われている
    - float :単精度浮動小数点数
    - double：倍精度浮動小数点数
- ２進数では
  - １桁ずらすと，２倍したことになるので，$a \times 2^b$ のような表現になる
  - a を仮数部，bを指数部と呼ぶ.

浮動小数点数の規格

- IEEE754 として規格化されている

s	指数部(e)	仮数部(m)

  - float :全体で32bit
    - 符号ビット:1bit, 指数部:8bit, 仮数部:23bit の計32bit
  - double : 全体で64bit
    - 符号ビット:1bit, 指数部:11bit, 仮数部:52bit の計64bit
- 値は，以下の式で計算できる
  - float : $(-1)^{s} \times 2^{e-127} \times (1+m)$
  - double : $(-1)^{s} \times 2^{e-1023} \times (1+m)$
  - s が 1 なら負の数である.
- 高度な話題：げたばき表現，ケチ表現など.

10進数の表現

- コンピュータが2進数と10進数を変換
  - 人に計算結果を見せるため(2→10)
  - プログラムをコンパイルするとき(10→2)
- 10進数も，なんらかの方法で表現する必要がある
- C言語では
  - printf(“%d”, a); とすると，a という変数に格納された値（2進数）が，10進数で画面に表示される
例：a に $(10111)_2$ という値が入っていると，
それを ‘2’ と ‘3’ の二つの文字として表示する
- 10進数の一桁は，２進数の4bit で表すことが出来る.
  - BCDコードという．23 なら “0010 0011”
  - ２進数でも，１６進数でもないことに注意！！

文字コード

- 文字を２進数で表すには？
  - a~z なら26 通り
大文字/小文字に，10個の数字を加えて62 通り
記号 ! “ # $ % & ‘ ( ) + - * / = ^ ~ ; : { } < > ?
  - ・・を考えると，キリがいい所で 8bit にしよう.
    - 256 種類の文字が使える.
  - 文字１つ１つに，数値を割り当てる.
    - 文字‘0’ には 48, 文字‘A’ は 65, というふうに.
    - 0番から31番は特殊な用途に使われている.
改行記号，１文字消去，などなど.
  - C言語の char 型変数は，8bit の変数.

ASCII コード/ JISコード

- ASCIIコード
  - 7bit にアルファベット・数字・記号を入れたもの
  - 現在は，ほとんどのコンピュータで使われている
- JISコード(JIS X0201)
  - 残った半分にカタカナを入れたもの（半角カナ）
  - 濁点も１文字
  - ひらがな，漢字は表現できない

上位4bit

下位4bit

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
0		DE	SP	0	@	P		p				ー	タ	ミ		
1	SH	D1	!	1	A	Q	a	q			。	ア	チ	ム		円
2	SX	D2	"	2	B	R	b	r			「	イ	ツ	メ		年
3	EX	D3	#	3	C	S	c	s			」	ウ	テ	モ		月
4	ET	D4	$	4	D	T	d	t			、	エ	ト	ヤ		日
5	EQ	NK	%	5	E	U	e	u			・	オ	ナ	ユ		時
6	AK	SN	&	6	F	V	f	v			ヲ	カ	ニ	ヨ		分
7	BL	EB	'	7	G	W	g	w			ァ	キ	ヌ	ラ		秒
8	BS	CN	(	8	H	X	h	x			ィ	ク	ネ	リ		
9	HT	EM	)	9	I	Y	i	y			ゥ	ケ	ノ	ル		
A	LF	SB	*	:	J	Z	j	z			ェ	コ	ハ	レ		
B	HM	EC	+	;	K	[	k	{			ォ	サ	ヒ	ロ		
C	CL	→	,	<	L	¥	l	|			ャ	シ	フ	ワ		
D	CR	←	−	=	M	]	m	}			ュ	ス	ヘ	ン		
E	SO	↑	.	>	N	^	n	~			ョ	セ	ホ	゛		
F	SI	↓	/	?	O	_	o				ッ	ソ	マ	゜		

ASCIIコード

漢字コード

- 漢字は数千種類も存在する
  - 8bit では表現出来ない・・16bit（2バイト）使う
- 数種類の漢字コードが使われている
  - JISコード・・通信での標準的な規格
  - Shift-JISコード (Windows での標準)
  - EUCコード (UNIX でよく使われてきた)

  コードが違うと，文字化けの原因に.

- 他の言語（韓国，タイ，・・）の文字は？
  - Unicode が策定され，普及し始めている
  - 多言語の文字を扱うことが出来る